ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MAI 1933.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES RICHET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de congruences de droites.* Note de M. **Jules Drach**.

Dans une Note récente (¹) j'ai formé, en particulier, rapportées aux *caractéristiques* du problème, les équations qui déterminent l'image sphérique des *congruences de droites dont les développables touchent les surfaces focales suivant des lignes géodésiques;* j'indique ici quelques résultats relatifs à ces équations (²). Pour les notations on pourra se reporter à la première Note.

Il s'agit de l'étude du système (Σ) :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u\, \partial v} = -\frac{\partial \varphi}{\partial u}\frac{\partial \psi}{\partial v}(\cos\omega \operatorname{tang}\varphi + \operatorname{tang}\psi), \qquad \frac{\partial^2 \psi}{\partial u\, \partial v} = -\frac{\partial \varphi}{\partial u}\frac{\partial \psi}{\partial v}(\cos\omega \operatorname{tang}\psi + \operatorname{tang}\varphi),$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial u\, \partial v} = \cos\omega\left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\operatorname{tang}\varphi\frac{\partial \psi}{\partial v} + \frac{\partial \omega}{\partial v}\operatorname{tang}\psi\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right) - \sin\omega\frac{\partial \varphi}{\partial u}\frac{\partial \psi}{\partial v}(2\operatorname{tang}\varphi\operatorname{tang}\psi\cos\omega - 1),$$

où φ, ψ, ω ont des significations géométriques précises.

Disons, en passant, que l'introduction, au lieu de φ, ψ, ω, des lignes de longueur nulle de la sphère : $d\sigma^2 = 4\,dx\,dy/(x-y)^2$, donne pour x, y deux équations du troisième ordre; la dernière équation disparaît.

a. En général φ, ψ sont deux fonctions *distinctes* des variables u, v; j'étudie

---

(¹) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1057.

(²) M. Gambier m'a signalé que M. Finikoff lui avait communiqué une mise en équations équivalente du problème, trouvée en même temps par le géomètre russe. Dans une Note, qui paraît en ce même *Compte rendu*, il fait lui-même une observation intéressante dont je tire parti, comme on le verra plus loin.

d'abord le cas où les courbes $\varphi = \text{const.}$, $\psi = \text{const.}$ se correspondent, c'est-à-dire où $\psi = \psi(\varphi)$.

Les deux premières équations de (Σ) donnent

$$\cos\omega[\psi' \operatorname{tang}\varphi - \operatorname{tang}\psi] = \frac{\psi''}{\psi'} - \psi' \operatorname{tang}\psi + \operatorname{tang}\varphi,$$

l'accent indiquant une dérivation relative à φ; donc ω est aussi, en général, une fonction de φ, et la dernière équation de (Σ) s'écrit

$$\omega'' = \omega'[\psi'(2\cos\omega \operatorname{tang}\varphi + \operatorname{tang}\psi) + \cos\omega \operatorname{tang}\psi] - \psi' \sin\omega(2\cos\omega \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\psi - 1).$$

On a donc, pour déterminer ψ, ω en φ un système de *deux équations du second ordre*, qu'on obtiendrait aisément sous forme rationnelle et symétrique, en regardant, par exemple, $\operatorname{tang}\varphi$ et $\operatorname{tang}\psi$ comme fonctions de $\cos\omega$.

Connaissant ω et ψ en fonction de φ, la première équation de (Σ) exprime qu'une certaine fonction $\Omega(\varphi)$, définie par $\Omega'' = \Omega'\psi'(\cos\omega \operatorname{tang}\varphi + \operatorname{tang}\psi)$ se réduit à $U + V$, ou plus simplement à $(u + v)$. On peut aussi, en posant $u + v = \alpha$, regarder φ comme une fonction de α et obtenir α en φ par la quadrature

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \int \psi'(\cos\omega \operatorname{tang}\varphi + \operatorname{tang}\psi)\, d\varphi.$$

Je fais maintenant appel à la remarque de M. Gambier : si l'on pose $\beta = u - v$ dans le $d\sigma^2$ de la sphère $e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2$, e, f, g ne dépendent que de α; en mettant en évidence les trajectoires orthogonales des lignes $\alpha = \text{const.}$, on obtient

$$4\,d\sigma^2 = \frac{4(eg - f^2)}{e + g - 2f}\, d\alpha^2 + (e + g - 2f)\left[d\beta + \frac{e - g}{e + g - 2f}\, d\alpha\right]^2,$$

ce qui permet d'identifier avec la forme $du_1^2 + U_1^2\, dv_1^2$ qui convient à la sphère, c'est-à-dire avec $du_1^2 + \sin^2 u_1\, dv_1^2$, rapportée aux méridiens $v_1 = \text{const.}$ et aux parallèles $u_1 = \text{const.}$ On aura donc

$$du_1 = \sqrt{\frac{eg - f^2}{e + g - 2f}}\, d\alpha, \qquad 2a\, dv_1 = d\beta + \frac{(e - g)}{e + g - 2f}\, d\alpha$$

et

$$\sqrt{e + g - 2f} = 2a \sin u_1;$$

a désignant une constante arbitraire. Je déduis de là, en différentiant la dernière équation et tenant compte de la première,

$$\frac{\dfrac{\partial e}{\partial \alpha} + \dfrac{\partial g}{\partial \alpha} - 2\dfrac{\partial f}{\partial \alpha}}{2\sqrt{eg - f^2}} = 2a \cos u_1.$$

On a donc aussi

$$\frac{\left(\frac{\partial e}{\partial \alpha}+\frac{\partial g}{\partial \alpha}-2\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2}{(4eg-f^2)}+(e+g-2f)=4a^2$$

et, tenu compte de

$$d\sigma^2=\left(\frac{d\varphi}{d\alpha}\right)^2[du^2+\psi'^2\,dv^2+2\psi'\cos\omega\,du\,dv],$$

ceci donne *explicitement* $d\varphi/d\alpha$ au moyen de φ, ψ, ω. *La quadrature indiquée plus haut pour obtenir* $d\alpha/d\varphi$ *est donc faite;* il suffira de faire celle qui donne α en φ.

On obtient en outre

$$\operatorname{tang} u_1=\frac{\sqrt{1+\psi'^2-2\psi'\cos\omega}}{\omega'-\sin\omega[\psi'\operatorname{tang}\varphi+\operatorname{tang}\psi]}$$

avec aussi l'expression explicite de $du_1/d\varphi$. La première équation donne donc explicitement u_1 en φ, sans quadrature. On a, par suite, *puisque les coordonnées du point de la sphère sont connues en* u_1 *et* v_1, leur expression explicite en α, β avec seulement *deux quadratures* : celle qui donne α en φ et celle qui intervient dans v_1.

Il restera à intégrer l'équation de Laplace en φ, dont les coefficients ne dépendent que de α; c'est un type déjà étudié.

b. L'équation qui donne $\cos\omega$ peut disparaître : il faut et suffit pour cela que l'on ait : $\sin\psi=k\sin\varphi$, k constant; c'est la *relation de Descartes*, qui comporte les cas singuliers $\psi=\pm\varphi$. On a dans ce cas deux équations *aux dérivées partielles* du second ordre pour φ et ω, qui sont en général indépendants. Si l'on veut que ω dépende de φ seul, il est déterminé par une équation différentielle ordinaire *du second ordre* : celle qui a été écrite plus haut, où l'on fait $\sin\psi=k\sin\varphi$.

Les observations du paragraphe *a* s'appliquent également ici.

c. L'examen du cas où la congruence étudiée est de Ribaucour, ce qui exige $\partial H/\partial u=\partial K/\partial v$, donne immédiatement les hypothèses

$$\sin\psi=e^{u+v}\sin\varphi,\qquad \sin\psi=e^{u}\sin\varphi\qquad\text{et}\qquad \sin\psi=k\sin\varphi.$$

Les deux premières sont à écarter; la dernière, avec les cas singuliers $\varphi=\pm\psi$, a été signalée au paragraphe précédent.

Lorsque $\varphi=\psi$, et qu'on suppose *en outre* ω fonction de φ, tout dépend de l'équation *du second ordre*,

$$\omega''=\omega'\operatorname{tang}\varphi(1+3\cos\omega)+\sin\omega(1-2\cos\omega\operatorname{tang}^2\varphi)$$

qui s'écrit aisément sous forme rationnelle, mais que je n'ai pas encore pu réduire. La fonction ρ dépend d'une *équation harmonique spéciale* [avec une fonction de $(u+v)$ seulement].

Dans le cas général de la congruence de Ribaucour, on peut présenter la question autrement : la surface moyenne de la congruence est définie par

$$\frac{\partial \xi}{\partial u} = X\frac{\partial R}{\partial u} - R\frac{\partial X}{\partial u}, \qquad \frac{\partial \xi}{\partial v} = -\left(X\frac{\partial R}{\partial v} - R\frac{\partial X}{\partial v}\right),$$

X, Y, Z, R désignant quatre solutions de (L) : $\partial^2 X/\partial u\,\partial v = mX$; on a pour les surfaces focales

$$x_1 = \xi + RX, \quad \ldots, \quad x_2 = \xi - RX, \quad \ldots,$$

et si l'on pose $X^2 + Y^2 + Z^2 = \lambda^2$, les équations peuvent s'écrire sous la forme (indépendante de R)

$$(1) \qquad \mathbf{S}\left(\frac{\partial X}{\partial v}\right)^2 = \mathbf{S}\left(Y\frac{\partial Z}{\partial v} - Z\frac{\partial Y}{\partial v}\right)^2,$$

avec la condition (2) symétrique en u. On peut aussi, puisque

$$m = \frac{1}{\lambda}\frac{\partial^2 \lambda}{\partial u\,\partial v} - \cos\omega\frac{\partial \varphi}{\partial u}\frac{\partial \psi}{\partial v},$$

écrire

$$\lambda = \frac{1}{\sin\varphi} = \frac{k}{\sin\psi}$$

et former les relations entre λ et m.

Une méthode de résolution consiste enfin à prendre les équations de Laplace (L) dont la solution est *explicite* et à étudier les équations fonctionnelles (1) et (2); le cas $m = 0$ peut être traité.

Les développements des calculs paraîtront ailleurs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le vieillissement après trempe des alliages aluminium-glucinium.* Note de MM. **C. Matignon** et **J. Calvet.**

Les alliages aluminium-glucinium ont déjà fait l'objet d'études effectuées d'abord par Kroll [1] et ensuite par Archer et Fink (*Proc. of the Institute of Metals*, 1928, *p.* 616). Le premier a reconnu qu'un alliage à 1 pour 100 de glucinium durcissait après trempe par un revenu à 170°. Archer et Fink

[1] Kroll, *Metal und Erz*, **23**, 1926, p. 613.

ont examiné à l'état fondu les alliages à petite teneur en glucinium (0,75 à 0,013 pour 100) et après laminage les alliages à très faible teneur (0,075 à 0,013 pour 100).

Nous nous sommes proposé d'entreprendre une étude de ces alliages préparés à l'état aussi pur que possible. A cet effet, nous avons employé comme matière première l'aluminium extra-pur du procédé Hoopes [1] et les opérations ont été conduites dans des conditions telles qu'aucune impureté étrangère n'intervienne dans le produit final au cours de la préparation. La fusion est réalisée dans des fours électriques à vide avec des creusets en alumine pure. Un premier alliage mère est obtenu à la température de fusion du glucinium (four à résistance de molybdène), les alliages définitifs à température plus basse (four à résistance de nichrome).

Nous donnons les résultats de nos premières recherches. Dans le but d'effectuer des comparaisons, on a également préparé un premier alliage à partir de l'aluminium pur commercial et un second en se plaçant dans les conditions des chimistes américains, c'est-à-dire en opérant à l'air dans un creuset en graphite Acheson, conditions qui introduisent du carbone dans l'alliage et soumettent ce dernier à l'action des gaz du four.

Voici la composition de quatre alliages soumis à nos essais :

	Gl.	Si.	Fe.	Cu.
I	0,83	tr.	tr.	tr.
II	0,77	0,11	0,14	tr.
III	1,23	tr.	tr.	tr.
IV	3,50	tr.	tr.	tr.

L'alliage II a été préparé avec l'aluminium du commerce et fondu sous vide dans un creuset d'alumine, l'alliage IV correspond aux conditions américaines de préparation.

Tous ces alliages ont été coulés en plaques dans une lingotière de cuivre assurant un refroidissement rapide du métal. Les plaques d'une épaisseur de 10^{mm} ont été ensuite laminées à froid sans aucun recuit intermédiaire jusqu'à une épaisseur de $1^{mm},5$, cette réduction de section a été réalisée très lentement par une cinquantaine de passes.

Nous avons mesuré la dureté Brinell de ces différents alliages après un recuit à 628° suivi d'une trempe à l'eau froide. On a opéré avec une bille de $2^{mm},5$ de diamètre pour une charge de 15^{kg} et une durée d'application de la charge de 30 secondes.

---

(1) Composition : Fe 0,01 pour 100, Si 0,005 pour 100, Cu 0,024 pour 100.

Voici les résultats obtenus :

Alliage I recuit 20 heures à 628°, trempé à l'eau.

Temps après trempe.	Δ.	Augmentation pour 100 de Δ.
h m s		
0. 1.10	25,4	—
2.45	26,6	4,7
5.10	27,9	9,8
8	30,7	20,8
11.15	33,2	30,7
14	34,5	35,8
20	35,9	40,9
52	40,5	59,4
3. 6	42,5	67,3
19	40,3	58,6
52	39,3	54,7
60 jours	38,8	52,6

Alliage II recuit 21 heures à 628°, trempé à l'eau.

Temps après trempe.	Δ.	Augmentation pour 100 de Δ.
h m s		
0. 0.54	28,8	—
2.50	29,4	2,1
4.40	29,4	2,1
11.10	38,2	32,6
15.20	41,8	45,1
32	42,2	46,5
51	44	52,7
1.22	42,7	48,2
3. 6	45,7	58,6
18	42,7	48,2
50	43,1	49,6
60 jours	42,2	46,5

Alliage III recuit 16 heures à 628°, trempé à l'eau.

Temps après trempe.	Δ.	Augmentation pour 100 de Δ.
h m s		
0. 0.25	25	—
1.10	26,3	5,2
2	26,5	6
3.25	26,6	6,4
6.30	26,9	7,6
13.45	31,8	27,2
21	33,7	34,8
31	34,8	39,2
41	34,2	36,8
1.26	35,9	43,6
3.30	37,4	49,6
6	38,2	52,8
23	37,4	49,6
55	34,2	48,8
60 jours	38,2	52,8

Alliage IV recuit 14 h. 30 min. à 628°, trempé à l'eau.

Temps après trempe.	Δ.	Augmentation pour 100 de Δ.
h m s		
0. 1.10	24,6	—
2.30	27,2	10,5
5.15	26,9	9,3
10.10	32,6	32,5
17	32,8	33,3
1	34,5	40,2
2	37,4	52
60 jours	38,8	57,7

Nous retrouvons ici une transformation s'effectuant à la température ordinaire avec augmentation de la dureté, transformation déjà signalée par MM. Archer et Fink dans le cas des alliages à faible teneur en glucinium.

Mais, ce qui est extrêmement frappant dans nos résultats, c'est la rapi-

dité du vieillissement qui, en moins de 10 minutes à la température ordinaire, atteint plus de 50 pour 100 de la transformation totale, laquelle est pratiquement terminée après une durée de 2 ou 3 heures.

Le passage de la teneur en glucinium de 0,83 à 1,23 pour 100 dans les alliages I et III n'apporte pas de modification sensible ni dans la dureté, ni dans sa variation après trempe.

Voici un exemple de la variation des autres propriétés mécaniques : limite élastique apparente, résistance, allongement, en fonction du temps après trempe; les déterminations sont effectuées sur des éprouvettes de 12^{mm^2} de section avec un dynamomètre Voisenet.

	Alliage I recuit 2h50m à 628°, trempe à l'eau		Alliage III recuit 2h50m à 628°, trempe à l'eau		Alliage IV recuit 3h10m à 628°, trempe à l'eau	
	3 min. après trempe.	54 heures. après trempe.	3 min. après trempe.	54 heures. après trempe.	3 min. après trempe.	54 heures. après trempe.
Limite élastique..	2,88	7,56	2,78	7,78	4,37	8,41
Résistance.......	9,79	12,09	10,41	12,20	10,86	12,74
Allongement.....	33,9	28,6	32,2	29,8	29,6	25

Tandis que, pour l'alliage n° 3 par exemple la résistance à la rupture n'augmente que de 17 pour 100 pendant le vieillissement, alors que l'allongement diminue de 7,4 pour 100, la limite élastique, fait très intéressant, s'améliore dans une proportion allant jusqu'à 17,9 pour 100.

On a recherché à partir de quelle température s'arrête l'évolution après trempe de ces alliages. Dans ce but, sept échantillons de l'alliage II ont été recuits pendant 3 heures à 628° puis trempés à l'eau. On a laissé vieillir l'un d'eux immédiatement à la température ambiante, les six autres ont été plongés aussitôt dans divers mélanges réfrigérants. Ils en ont été sortis après 3 heures, plongés de nouveau dans l'eau à la température de la pièce et abandonnés au vieillissement à cette même température. Le tableau ci-après (p. 1260) indique la variation de la dureté en fonction du temps à partir du moment où l'alliage a repris la température ordinaire.

La transformation s'arrête aux températures inférieures à — 30°.

En résumé, les alliages aluminium-glucinium étudiés subissent après trempe un vieillissement très rapide à la température ordinaire : il atteint en 10 minutes environ 50 pour 100 de la transformation. Après ce vieillissement les propriétés mécaniques comparées à celles de l'aluminium générateur sont ainsi modifiées, la résistance augmente environ de 4 à 12,

l'allongement est à peine diminué alors que la limite élastique et la dureté sont considérablement améliorées (E de 2 à 8, Δ de 13 à 38,5).

	Vieilli immédiat. à la température ambiante.	3 heures température de l'air liquide.	3 heures à				
			— 90°.	— 31°.	— 20°.	— 10°.	0°.
h m s	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
0. 0.45........	28,6	–	–	–	–	–	–
0. 0.55........	–	–	27,5	–	–	41,4	–
0. 1...........	–	28,2	–	28,6	32,4	–	47,8
0. 4...........	31,3	30,5	28,6	33	37,4	44,3	47,8
0.10...........	36,7	33	31,5	38,8	40,5	–	–
0.20...........	–	39,1	34,5	45,5	42,7	–	–
0.21...........	–	–	–	–	–	–	47,5
0.30...........	–	–	–	–	–	45,7	–
0.32...........	43,1	–	–	–	–	–	–
0.40...........	–	42,7	39,6	44,9	44,3	–	49,3
0.53...........	–	43,6	–	–	–	–	–
1..............	43,1	–	–	44,9	–	–	–
1.03...........	–	–	40,3	–	–	–	–
1.10...........	–	–	–	–	44,9	–	–
1.15...........	–	–	–	–	–	–	48,4
1.20...........	–	–	–	–	–	47,8	–
3..............	45,2	–	–	–	–	–	–
14.............	–	44	42,2	–	–	–	–
17.............	45,2	–	–	46	45,7	–	–
21.............	–	–	–	–	–	46	–
41.............	–	44,3	42,2	–	–	–	–
44.............	46,3	–	–	–	–	–	–
23 jours.......	44	43,4	42,5	43,4	46	45,7	49,3

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Remarques sur la présence d'un appareil centrosomique chez les espèces du genre* Lonicera. Note de M. **P.-A. Dangeard**.

M. Feng, élève de mon laboratoire, a publié récemment un Mémoire dans lequel il signale l'existence de centrosomes chez les *Lonicera*; il a même constaté la présence d'asters autour de ces centrosomes dans le *L. alpigena* ([1]).

([1]) Feng. *Le Botaniste*, 24, 1933, p. 335, pl. XXX.

Or on sait que la question de l'existence de ces formations chez les végétaux supérieurs, un instant controversée, a été résolue finalement par la négative.

Il est donc naturel que la découverte de M. Feng suscite tout d'abord un certain scepticisme parmi les cytologistes, alors même qu'elle ne vise pour l'instant qu'un cas particulier et une concordance de structure très nette.

Mais cette découverte, même ainsi limitée pour l'instant, soulève déjà une foule de problèmes complexes relativement aux conditions dans lesquelles s'effectue la division du noyau chez tous les êtres vivants.

Or il est fréquent qu'une découverte provoque presque immédiatement une réaction adverse et c'est très heureux : il est préférable pour l'auteur que ses conclusions rencontrent au début une certaine résistance : un acquiescement trop rapide et trop général ne permet pas toujours de distinguer facilement celui qui le premier a vu les faits, de ceux dont le rôle n'a été que de les vérifier.

Les résultats de M. Feng auront cette heureuse chance d'avoir été l'objet, à peine formulés, d'un essai de réfutation (¹).

C'est la raison qui me décide à témoigner de l'exactitude des observations faites par M. Feng sous ma direction : les ayant controlées jour par jour, je leur apporte ici mon entière adhésion et je suis même autorisé à ajouter que M. Feng a réussi tout récemment à mettre en évidence un centrosome bien caractérisé, au voisinage du noyau, dans chacun des deux gamètes de l'anthéridie du boyau pollinique du *Lonicera alpigena*.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'immunité de la Canne* POJ 2878 *est-elle absolue ?* Note de M. **J. Costantin**.

Parmi les Cannes récemment obtenues à Java, la variété POJ 2878 tient le premier rang; la preuve découle de la surface plantée avec elle dans cette île, puisqu'elle y correspond à 90 pour 100 de l'ensemble des cultures des plantes sucrières à l'heure actuelle. Les anciens hybrides qui ont eu le plus de renommée antérieurement, comme DI 52 et EK 28, n'ont jamais eu un aussi grand succès; cela tient à la manière dont le nouvel hybride a été obtenu. La technique suivie pour cela par M. Jeswiet, chef de service

(¹) A. Eichhorn, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1230.

de l'hybridation à l'Institut du sucre, est extrêmement intéressante à rappeler ([1]).

Dans les deux premiers hybrides obtenus, les Cannes parentes étaient des types nobles, par conséquent extrêmement sensibles Séreh. Leur obtention ne pouvait pas résoudre le difficile problème posé par cette maladie. Il a donc été nécessaire, après la création de DI 52 en 1903 par Stok et après celle de EK 28 en 1911 par Venstiegh, de maintenir l'emploi des pépinières alpestres; cette nécessité est devenue tout à fait manifeste, en 1925, après les recherches de M. Kuijper qui montra les graves dangers auxquels les planteurs étaient exposés en ayant recours uniquement aux boutures de plaine à la place des boutures montagnardes.

Après beaucoup de mécomptes et d'échecs, on a enfin compris qu'il fallait infuser dans le croisement une sève montagnarde d'un individu sauvage résistant à la maladie, pour obtenir dans l'hybride une certaine résistance au Séreh. M. Jeswiet choisit pour cela *Kassoer n*° 2 résultant [soit spontanément (n° 1), soit artificiellement (n° 2)] de la combinaison suivante : *Saccharum spontaneum* × *Chéribon* (Canne noble). Avec *Kassoer n*° 2, on a fait un autre croisement : *Kassoer n*° 2 × POJ 100 qui a donné POJ 2364. Enfin, POJ 2878 est résulté d'une dernière hybridation :

POJ 2364 × EK 28 = POJ 2878.

On voit, d'après cela, l'extrême complexité de ce dernier hybride et combien l'influence montagnarde de *Saccharum spontaneum* y a été mesurée au compte-goutte. Si l'on avait trop de sève sauvage et alpestre, le produit n'avait presque plus de sucre; trop de sève noble, la résistance au Séreh disparaissait.

Un agronome français, M. Cayla, qui vient de faire un long séjour à Java à une date récente (1928-1929) ([2]), a pu étudier avec une grande précision la valeur de POJ 2878 au point de vue pathologique et agronomique. Ses conclusions me paraissent un peu surprenantes. Il n'hésite pas à dire, d'après ses très nombreuses observations, que son *immunité vis-à-vis du Séreh est absolue;* il a parcouru, en effet, pendant deux années des centaines d'hectares plantés avec cette variété, il n'a *pas observé un seul cas* de dégénérescence (Séreh); cependant toutes les cultures qu'il a visitées venaient de boutures récoltées en plaine. S'il a été nécessaire pour fabriquer POJ 2878 de recourir à une sève montagnarde, actuellement, d'après l'auteur, le planteur n'a plus besoin de se ruiner en achetant des boutures

---

([1]) *Planter and Sugar Manufacturer*, **80**, v, 1928, p. 81, et *Recueil des travaux botaniques néerlandais*, **28** A, 1928, p. 185.

([2]) Victor Cayla, *Agronomie coloniale*, **22**, n° **183**, mars 1933, p. 82.

élevées en haute altitude qui lui coûtaient si cher (1). On peut donc dire que la cure d'altitude désormais inutile est périmée.

Grâce à M. Cayla, nous savons maintenant que c'est vers 1918 ou 1919 que POJ 2878 a été obtenu. Après une longue étude au laboratoire d'abord, puis dans les champs d'expériences, enfin dans les terrains de grande culture et cela en divers points de l'île (2), il a été successivement éprouvé; en 1925 seulement ce type nouveau a été introduit dans la pratique.

De ces dates, il découle donc que lorsque M. Lyon, agronome américain, vint visiter les plantations de Java, c'est POJ 2878 qui était en expérimentation. Il constata avec surprise que la préparation des boutures alpestres se faisait en trois étapes, à trois altitudes différentes (à 1800m, puis à 750m, puis à 300m) avant qu'elles ne soient envoyées dans la plaine. Il a publié alors qu'on admettait parmi les planteurs que l'immunité en plaine pouvait durer *six années* ou un peu plus.

Puisque le nouvel hybride est entré dans la pratique agricole en 1925, son immunité si remarquable est près de toucher à sa fin.

En 1928, M. Jeswiet, l'obtenteur de cette précieuse nouveauté, disait modestement qu'elle est douée d'une *immunité commerciale;* il ne parlait, en aucune façon de résistance absolue. J'ai dit antérieurement (3) que si la maladie était radicalement vaincue ce serait « une grande découverte » : ce serait, en effet, la preuve expérimentale et définitive du Lamarckisme. Je crois que la science n'en est pas encore là et j'ai recommandé aux praticiens d'être prudents et de ne pas se hâter de renoncer totalement à la cure d'altitude.

Deux faits mentionnés dans le travail de M. Cayla montrent bien que j'ai eu raison.

Il dit d'abord que les Hollandais envisagent que « si, par malheur avec le temps, POJ 2878 perdait son immunité aux maladies actuelles », il serait prudent de chercher une forme de remplacement. Ce n'est pas une parole en l'air, car si leurs craintes sont fondées, ils l'ont trouvée dans POJ 3250, au sujet duquel, ajoute-t-il, tout le monde est aujourd'hui « d'une discrétion absolue ».

Il remarque, en second lieu, que la fécondation en montagne reste toujours de première utilité pour l'obtention de nouveaux hybrides. A ce propos, il mentionne que les généticiens actuels de l'Institut du sucre insistent sur la nécessité de faire des croisements à une certaine altitude; Pasœrœan, où se trouve ce célèbre établissement, n'est qu'à quelques mètres au-dessus du niveau de la mer; il ne convient donc pas

(1) En 1925 encore, on a acheté 40 *millions de francs* de boutures alpestres pour les cultures de plaine.

(2) 257 essais préliminaires, presque tous favorables (Jeswiet).

(3) J. Costantin, *Agronome coloniale*, 21, no 176, 1932, p. 48.

pour l'opération. Pourquoi prendre une telle précaution ? Comme on n'a pas donné d'explication à M. Cayla, il ne sait pas s'il y en a une. Je n'hésite pas à croire qu'il faut que le père de l'hybride soit une plante montagnarde parce que c'est seulement ainsi que sa résistance peut être sérieuse, puisque l'altitude crée la résistance.

Le fait qu'on a pu envisager comme possible la réalisation d'une immunité absolue montre quel progrès considérable a été obtenu par la pratique agricole à Java. Si l'on venait annoncer demain qu'il existe une variété ou un hybride de Blé apte à être regardé comme absolument débarrassé de rouille, même si ce n'était que pendant six années, cette découverte serait le point de départ d'une ère agricole nouvelle.

La connaissance complète des propriétés de POJ 2878 intéresse tous les cultivateurs de Canne à sucre, et notamment toutes les colonies françaises où les plantations de Canne peuvent réussir. Les chiffres donnés dans le Mémoire de M. Cayla ont un caractère sérieux indiscutable. Les rendements qu'il mentionne ne sont pas des évaluations faites d'après quelques lots, mais d'après des récoltes effectives. Le tonnage en sucre à l'hectare est en moyenne de 16 tonnes; en terrains médiocres, de 12 à 14; dans des conditions exceptionnellement favorables, de 24 tonnes.

D'après M. Kopp, la Réunion possède aujourd'hui partout POJ 2878 et d'autres variétés analogues; c'est de bon augure pour la rénovation de nos possessions d'outre-mer.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Rôle de l'acide allantoïque chez les végétaux supérieurs* (1). Note de MM. **R. Fosse**, **P. de Graeve** et **P.-E. Thomas**.

I. L'origine urique de l'acide allantoïque et le mécanisme de sa formation sont, pour ainsi dire, inscrits dans les graines. A l'état de vie ralentie, une foule d'entre elles contiennent l'acide urique, accompagné ou non d'allantoïne, d'acide allantoïque, d'uricase et d'allantoïnase. Beaucoup renferment simultanément tous ces uréides et tous ces ferments, étroitement liés entre eux par la relation :

$$\text{acide urique} \xrightarrow{\text{uricase}} \text{allantoïne} \xrightarrow{\text{allantoïnase}} \text{acide allantoïque.}$$

(1) Voir R. Fosse, P. de Graeve et P.-E. Thomas, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 883.

Distribution de ces uréides et ferments dans quelques graines.

Noms.	Acide urique (*).	Uricase.	Allantoïne (*).	Allantoïnase.	Acide allantoïque (*).
Acer pseudoplatanus....	0,054	+	0,096	+	0,054
Cicer arietinum	—	+	+	+	—
Faba vulgaris..........	0,300	+	—	+	—
Genista scoparia........	0,045	+	0,065	+	trace
Hordeum vulgare.......	—	—	+	—	—
Lathyrus latifolius.....	—	+	0,14	+	0,302
Lupinus albus..........	0,048	—	0,056	+	+
Melilotus officinalis.....	0,250	+	0,08	+	—
Phaseolus vulgaris......		+	+	+	+
Pisum sativum	—	+	+	—	+
Soja hispida............	0,03	+	0,05	+	0,06
Triticum sativum.......	0,078	—	0,196	—	0,04
Trifolium sativum :					
Trèfle violet..........	0,266	+	0,07	+	0,107
Trèfle incarnat........	0,06	+	0,1		trace
Vicia sativa............	0,031	+	0,38	+	
Zea mays..............		+	+		
Urtica dioica...........	trace	—	0,09		0,314

(*) En grammes par kilogramme de plante sèche.

L'acide urique, lui-même, dérive, chez les végétaux comme chez les animaux, des nucléines, d'après le mécanisme bien connu :

$$\text{nucléines} \xrightarrow{\text{nucléases}} \text{purines} \xrightarrow{\text{purinoxydases}} \text{acide urique.}$$

2. Le rôle physiologique de substance uréogène que possède l'acide allantoïque découle de sa faculté de libérer avec une extrême facilité, ses composants, l'urée et l'acide glyoxylique, par hydrolyse, sans qu'il soit nécessaire de recourir à une action diastasique. La réaction :

$$COOH.CH\begin{matrix} \diagup NH.CO.NH^2 \\ \diagdown NH.CO.NH^2 \end{matrix} + 2H^2O = COOH.CH(OH)^2 + 2NH^2.CO.NH^2$$

se produit en milieu acide des plus faibles.

Tandis qu'à pH = 7,3 l'acide allantoïque reste inaltéré, après 5 jours à la température ordinaire, à pH = 6,8, dans les mêmes conditions, l'acide glyoxylique fait déjà son apparition.

La transformation quantitative de l'acide allantoïque en urée et acide glyoxylique est le principe des méthodes d'analyses biochimiques que nous

utilisons depuis plusieurs années pour caractériser et doser l'acide allantoïque, l'allantoïne et l'acide urique.

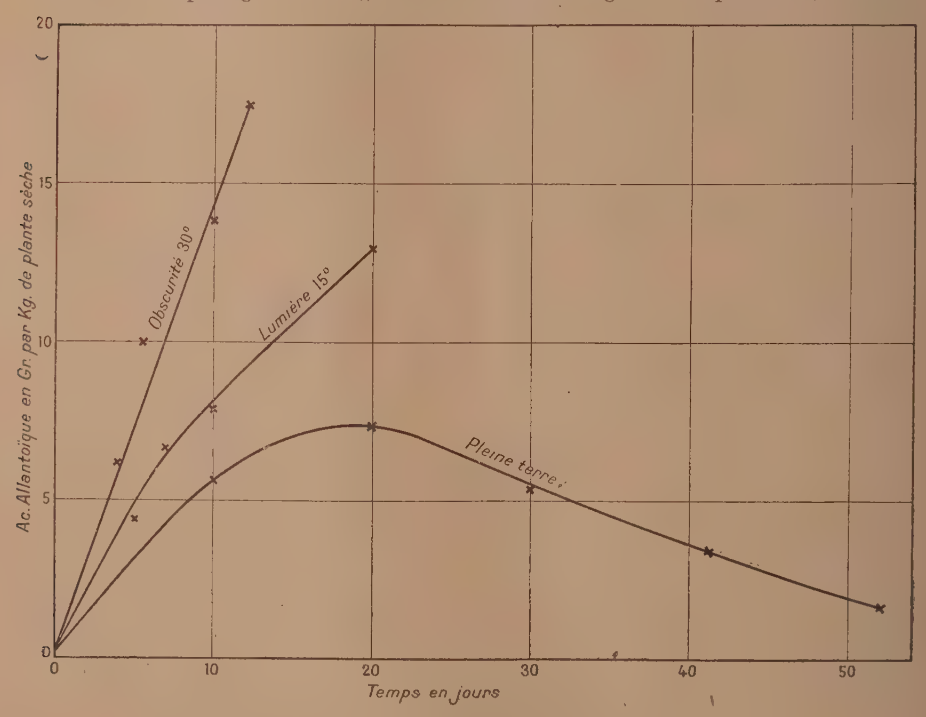
3. Le métabolisme de l'azote d'origine urique atteint sa dernière étape, grâce à un autre ferment, l'uréase, fort répandu chez les végétaux, où il accompagne couramment l'uricase et surtout l'allantoïnase.

En hydratant l'urée, non directement assimilable par la plante,

$$CO\langle{NH^2 \atop NH^2} \xrightarrow[\text{uréase}]{H^2O} CO^2 + 2NH^3,$$

l'uréase lui procure l'ammoniaque qui lui est absolument indispensable pour réaliser la synthèse de ses protides et concourt ainsi au même but que les nombreux ferments désaminants des acides aminés, issus des albuminoïdes.

Comme l'asparagine ou la glutamine chez les végétaux supérieurs, comme



Germination de *Trifolium sativum* (Trèfle violet).

l'urée chez les champignons (N.-N. Iwanoff), l'acide allantoïque peut s'accumuler dans la plantule en quantités notables, mais cependant moins importantes que dans les cas de l'asparagine et de l'urée.

Si l'on place en germination aseptique, à l'obscurité, à 31°, des graines de *Trifolium sativum* (variété trèfle violet), l'acide allantoïque croît avec rapidité et atteint 17g,4 par kilogramme de plante sèche après 12 jours. Le rapport de l'azote allantoïque à 100 parties d'azote total s'élève à 8,8.

La même graine, mise en germination à la lumière, sur l'eau, à la température ordinaire, produit encore 12g,9 d'acide allantoïque par kilogramme de plante sèche, après 20 jours.

Enfin, dans des cultures de trèfle violet, dans la terre, que nous devons à M. Guillaumin, la teneur en acide allantoïque s'élève à 7g,25 après 20 jours et le rapport de l'azote allantoïque à 100 parties d'azote total égale 2,83. Puis l'acide allantoïque va en décroissant très lentement ainsi que le montrent les graphiques.

M. **d'Ocagne** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Les Sciences en France depuis* 1870, reproduction d'un chapitre de l'*Histoire de la troisième République*, publiée à la Librairie de France par M. Jean Heritier. Ce chapitre a été écrit en collaboration avec MM. Henry Volkringer et Marcel Roubault, à qui M. d'Ocagne avait confié respectivement les parties relatives aux sciences physiques d'une part, aux sciences naturelles et biologiques de l'autre, alors que lui-même, ayant établi le programme d'ensemble du chapitre, s'y était réservé tout ce qui concerne les sciences mathématiques, y compris les diverses branches de la mécanique et de l'astronomie.

M. **P.-A. Dangeard** fait hommage à l'Académie du fascicule I-VI (série XXIV), 1932, du *Botaniste*.

NOMINATIONS.

MM. **E. Fichot** et **J.-B. Charcot** sont désignés pour représenter l'Académie à la commémoration du *bicentenaire* de la naissance du *chevalier de Borda*, à Dax, les 3, 4 et 5 juin 1933.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre du Commerce et de l'Industrie** invite l'Académie à désigner un de ses membres qui occupera, dans le *Comité supérieur de normalisation*, la place vacante par le décès de M. *A. Mesnager*.

M. **Émile Jouguet** est désigné.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° F.-J. Duarte. *Nouvelles Tables logarithmiques à 36 décimales.*

2° Raoul Combes. *Histoire de la Biologie végétale en France*. (Présenté par M. M. Molliard.)

3° *Physique moléculaire. Matière et Énergie*, par Victor Henri. (Présenté par M. J. Perrin.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Représentation des répartitions unimodales, unilatéralement limitées.* Note [1] de M. **E.-J. Gumbel**, transmise par M. Émile Borel.

Soient une variable positive x et une répartition $w(x)$ ayant un maximum et un seul pour $x=\xi$. On peut représenter cette répartition en la considérant comme une partie d'une distribution de Gauss si l'on pose

$$w(x)=\frac{2}{1+\Phi(u)}\frac{h}{\sqrt{\pi}}e^{-t^2}, \tag{1}$$

où

$$t=h(x-\xi), \tag{2}$$

$$u=h\xi, \tag{3}$$

et Φ est l'intégrale de Gauss, expression qui satisfait à la condition de normalisation.

S'il est important pour le calcul des constantes de conserver la position ξ

---

[1] Séance du 24 avril 1933.

du maximum, on calculera la valeur moyenne $\bar{x}$ par

$$(4) \qquad \frac{\bar{x}}{\xi} = 1 + \frac{e^{-u^2}}{u\sqrt{\pi}[1+\Phi(u)]},$$

où u ne peut varier qu'entre zéro et environ 3.

En calculant d'avance le second membre pour des valeurs arbitrairement choisies de u, on peut interpoler pour des valeurs observées du premier membre la valeur de u, ce qui donne h d'après (3). Cette méthode de calcul des deux constantes conserve la valeur la plus probable et la moyenne arithmétique.

Dans un calcul plus systématique on emploiera la méthode des moments qui exige la conservation des moyennes arithmétiques de la variable et de son carré. En introduisant le coefficient de variation v, on obtient

$$(5) \qquad 1 + v^2 = \frac{1}{2u^2}\left(\frac{\xi}{\bar{x}}\right)^2 + \frac{\xi}{\bar{x}},$$

où le premier membre est une valeur numérique calculée d'après les observations et le second ne dépend que de u. On calcule d'abord les valeurs du second membre pour des u arbitrairement choisis et l'on interpole ensuite pour obtenir la valeur de u correspondant à une valeur observée de v, d'où l'on tire la valeur de ξ par (4) et la valeur de h par (3). Si $u = 0$, c'est-à-dire $\xi = 0$, on obtient tout simplement la partie droite de la répartition de Gauss. Si $u \approx 3$ la répartition ne diffère pas sensiblement de la répartition de Gauss. Cette méthode de déterminer les constantes est plus systématique que la première, mais elle ne peut être appliquée qu'à condition que

$$1 + v^2 < \frac{\pi}{2}.$$

Les valeurs théoriques de toute répartition, qui peut être représentée par ces méthodes, peuvent être calculées une fois pour toutes par les tables de e^{-t^2} et les aires correspondant aux différents intervalles par les tables de la fonction de Gauss. La transformation (2) donnera les valeurs correspondantes de la variable. En outre la méthode a l'avantage que les répartitions peuvent être caractérisées par les valeurs numériques des constantes qui seront tout simplement la valeur normale et la valeur absolue de l'erreur moyenne calculée pour cette valeur normale.

On peut étendre cette méthode à une répartition unilatéralement limitée et unimodale par une simple transformation linéaire de la variable.

ALGÈBRE. — *Sur quelques propriétés de la fonction caractéristique de Hilbert.* Note de M. **P. Dubreil**.

1. Rappelons qu'un idéal $\mathfrak{a}$ dans un anneau de polynomes $K[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ est dit *homogène* si le polynome homogène, constitué par tous les termes d'un même degré d'un polynome de $\mathfrak{a}$, appartient lui-même à $\mathfrak{a}$. La fonction caractéristique de Hilbert $\chi(\mathfrak{a}, l)$ d'un tel idéal est le nombre des formes de degré l linéairement indépendantes modulo $\mathfrak{a}$, ou, ce qui revient au même, le nombre de conditions indépendantes pour qu'une forme de degré l appartienne à $\mathfrak{a}$. La fonction complémentaire

$$\varphi(\mathfrak{a}, l) = C_{l+n-1}^{n-1} - \chi(\mathfrak{a}, l) \qquad (\leqq C_{l+n-1}^{n-1})$$

représente le nombre des formes de degré l linéairement indépendantes qui sont contenues dans $\mathfrak{a}$.

MM. Macaulay et Sperner ont établi que la fonction φ satisfait à l'inégalité

$$(1) \qquad [\varphi(\mathfrak{a}, l-1)]^{(n)} \leqq \varphi(\mathfrak{a}, l),$$

$u^{(n)}$ désignant la fonction de Macaulay de la variable u. De plus, l'inégalité n'est possible dans (1) que pour un nombre fini de valeurs de l. L'inégalité (1) est *caractéristique*, en ce sens que toute fonction de l inférieure ou égale à C_{l+n-1}^{n-1} et satisfaisant à cette inégalité est fonction φ d'un idéal homogène. De ces propriétés, on peut déduire d'une manière particulièrement élégante deux résultats fondamentaux dus à Hilbert : tout idéal homogène admet une base finie (se composant évidemment de formes), et, à partir d'une valeur suffisamment élevée de l, la fonction caractéristique $\chi(\mathfrak{a}, l)$ est un polynome en l [1].

2. Étant donné un idéal homogène $\mathfrak{a}$, considérons l'idéal homogène $\bar{\mathfrak{a}}$ (à $n-1$ variables) engendré par les formes obtenues en remplaçant par zéro l'une des variables, x_1 par exemple, dans toutes les formes de $\mathfrak{a}$. On voit aisément que l'on a

$$\varphi(\bar{\mathfrak{a}}, l) \leqq \varphi(\mathfrak{a}, l) - \varphi(\mathfrak{a}, l-1),$$

l'égalité ayant nécessairement lieu dès que l est assez grand. De plus, en

---

(1) F. S. Macaulay, *Proc. London Math. Soc.*, **26**, 1927, p. 531-555; E. Sperner, *Abh. Math. Seminar Hamburg*, **7**, 1929, p. 149-163.

faisant sur les coordonnées une hypothèse toujours permise, on peut démontrer le théorème suivant :

Théorème I. — *La condition nécessaire et suffisante pour que l'égalité*

$$\varphi(\bar{\mathfrak{a}}, l) = \varphi(\mathfrak{a}, l) - \varphi(\mathfrak{a}, l-1)$$

ait lieu pour toutes les valeurs de l *est que l'idéal* $\mathfrak{a}$ *n'admette pas de composant impropre*, un composant impropre étant un composant primaire correspondant à l'idéal premier $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (1).

3. Ce théorème fournit en premier lieu un critère pour qu'un idéal homogène n'admette pas de composant impropre. Il importe de pouvoir l'utiliser dans le cas où l'idéal est défini par sa base. On est ainsi conduit à poser le problème suivant : $\mathfrak{m}$ étant un idéal homogène et Φ une forme, quelle est la condition nécessaire et suffisante pour que l'idéal $(\mathfrak{m}, \Phi)$ n'admette pas de composant impropre? Dans cet ordre d'idées, on a les théorèmes suivants :

Théorème II. — *Si* Φ *n'appartient à aucun des idéaux premiers correspondant aux composants primaires de* $\mathfrak{m}$, *la condition cherchée est que* $\bar{\mathfrak{m}}$ *n'admette pas lui-même de composant impropre.*

On voit que cette condition ne dépend plus de Φ : c'est là une circonstance remarquable qui entraîne d'intéressantes conséquences géométriques sur lesquelles je reviendrai prochainement. Un autre cas susceptible d'applications intéressantes est résolu par le théorème suivant :

Théorème III. — Supposons que les idéaux $\mathfrak{m}$ et $\bar{\mathfrak{m}}$ n'admettent ni l'un ni l'autre de composants impropres, que Φ appartienne à certains composants primaires de $\mathfrak{m}$ et n'appartienne à aucun des idéaux premiers relatifs aux autres composants primaires de $\mathfrak{m}$. Soit $\mathfrak{m}_1$ le p. p. c. m. de ces derniers composants. *La condition nécessaire et suffisante pour que l'idéal* $(\mathfrak{m}, \Phi)$ *n'admette pas de composant impropre est que* $\bar{\mathfrak{m}}_1$ *n'en admette pas lui-même.*

4. Le théorème I fournit d'autre part une propriété de la fonction caractéristique d'un idéal homogène n'admettant pas de composant impropre : or les idéaux, fréquemment considérés, qui sont engendrés par les formes s'annulant sur une variété algébrique (irréductible ou non), sont de cette nature. Cette remarque admet, elle aussi, différentes applications. Je me

(1) J'ai montré (*Comptes rendus*, 196, 1933, p. 84) l'importance de cette notion dans certaines questions de géométrie.

bornerai ici à en indiquer une, non encore signalée à ma connaissance : considérons dans le plan un système de points et l'idéal $\mathfrak{a}$ engendré par les formes $F(x_1, x_2, x_3)$ s'annulant en ces points; soient α le degré minimum de ces formes, b le nombre des formes qui figurent dans une base (minima) de $\mathfrak{a}$. On a $b \leq \alpha + 1$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les congruences stratifiables.* Note de M. **P. Vincensini**.

1. Les couples de congruences stratifiables, dont la notion est due à G. Fubini, ont été étudiés ces derniers temps par un certain nombre de géomètres, et plus particulièrement par MM. G. Fubini (¹) et S. Finikoff (²).

Une congruence K étant arbitrairement donnée, il existe une infinité de congruences K′ formant avec K un couple simplement stratifiable.

En cherchant à réaliser avec des rayons *homologues* de congruences K′ (correspondant à un même rayon de K) des configurations projectives simples, j'ai été conduit à un certain nombre d'observations que je résume dans cette Note.

2. Il est possible de grouper les différentes congruences K′ simplement stratifiables avec K en familles (Θ) telles que les rayons homologues des congruences d'une même famille soient constamment situés dans un même plan (π). Il suffit de choisir pour (π) le plan tangent à l'une quelconque des surfaces (Σ), enveloppées par les plans issus du rayon générateur d'une congruence K′ particulière quelconque, pour avoir une famille Θ.

Les congruences de la famille Θ peuvent, à leur tour, être groupées en familles Γ de ∞^1 congruences telles que les ∞^1 rayons homologues d'une même famille concourent en un point ω du plan (π). La détermination des familles Γ se ramène à l'intégration d'une certaine équation aux dérivées partielles du second ordre à une fonction inconnue φ, ($E = 0$). Chaque solution φ de l'équation E fournit une famille Γ. Le lieu des sommets ω des faisceaux, déterminés par les différents plans tangents (π) à (Σ) dans la famille Γ, est une surface Ω_φ que j'associe au couple (KK′).

3. Si la congruence de départ K est conjuguée aux surfaces enveloppées (Σ) [au réseau (Σ)], auquel cas K′ est harmonique à (Σ), toutes les congruences Θ sont harmoniques à (Σ).

(¹) *Annali di Matematica pura ed applicata*, 4ᵉ série, **1**, 1924, p. 241.

(²) *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **53**, 1929, p. 313.

Sur la surface Ω_φ, lieu du point ω, correspondant à une solution quelconque de l'équation E, les développables des congruences Γ à rayons homologues concourants déterminent le même réseau conjugué.

Les tangentes ωT_1, ωT_2 de ce réseau correspondent aux tangentes de même rang du réseau (Σ) dans une liaison de simple stratifiabilité. En outre, les deux couples simplement stratifiables ainsi obtenus sont eux aussi *conjugués et harmoniques* aux surfaces enveloppées, comme le couple initial (KK').

Chaque solution φ de E permet donc de transformer le réseau (Σ) en un autre réseau (ω), les tangentes homologues des deux réseaux formant des couples simplement stratifiables conjugués et harmoniques. Nous disons de deux réseaux qui se trouvent dans la relation indiquée qu'ils forment un *couple de réseaux simplement stratifiable, conjugué et harmonique.*

4. Si le couple de congruences de départ (KK') est *doublement stratifiable, conjugué et harmonique*, il existe ∞^2 congruences Θ dont les rayons homologues sont constamment situés dans un même plan tangent (π) à l'une des surfaces (Σ) enveloppées par les plans issus de K'.

Ces ∞^2 congruences peuvent se grouper en familles Γ de ∞^1 congruences, les rayons homologues de chaque famille formant un faisceau ayant pour sommet un certain point ω du plan (π).

Les réseaux (Σ) et (ω) sont ici des réseaux (R) de Tzitzéica-Demoulin [les tangentes décrivent des congruences (R)] doublement stratifiables, conjugués et harmoniques. La tranformation générale des réseaux indiquée au n° 3 se réduit ici à une transformation indiquée par M. Finikoff dans le travail cité au début de cette Note.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les développantes affines des courbes minima.* Note de M. V. **Lalan**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Sur une développable isotrope, il y a lieu de distinguer les courbes dont la tangente est parallèle à la normale principale affine [1] de l'arête; ce sont elles que nous appellerons les *développantes affines* de l'arête minima. Désignant par σ le pseudo-arc de l'arête (P), on a, pour une courbe quelconque (M) de la développable isotrope, la représentation

$$M = P + r(\sigma)\,P'_\sigma. \tag{1}$$

[1] *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 232-233.

Sa tangente sera parallèle à la normale affine P''_{σ^2}, pourvu que

$$r + \sigma = \text{const.} \tag{2}$$

et son arc, si on l'oriente dans le sens de P''_{σ^2}, aura pour expression

$$s - s_0 = -\frac{1}{2}(C - \sigma)^2 = -\frac{r^2}{2}. \tag{3}$$

Or, on sait ([1]) que toute courbe de la développable isotrope vérifie, moyennant une orientation convenable, la relation

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{ds} + \frac{i}{T} = -\frac{1}{r^2} \tag{4}$$

qui donne, pour les développantes affines de l'arête, en vertu de (3),

$$R'^2 + RR'' - 2\frac{R^2}{T^2} + i\left(\frac{4RR'}{T} - \frac{R^2T'}{T^2}\right) = 0. \tag{5}$$

Cette équation exprime la *condition pour qu'une courbe soit développante affine de l'une ou l'autre de ses deux développées minima.*

2. Il est particulièrement intéressant de déterminer les *courbes réelles* jouissant de cette propriété. L'équation (5) équivaut alors à deux équations, et les courbes réelles intégrales sont des développantes affines de leurs deux développées minima.

Comme courbes planes, on ne trouve que les *développantes de cercle*. Les autres ont pour équations intrinsèques :

$$T = \frac{R^4}{A}, \quad \left(\frac{dR}{ds}\right)^2 = \frac{B^2}{R^2} - \frac{A^2}{R^6} \qquad (A, B \neq 0), \tag{6}$$

elles forment une *famille à 8 paramètres*. Elles n'ont pas de point de rebroussement, et présentent une symétrie par rapport à la normale principale menée au point où leur rayon de courbure est minimum.

3. Nous signalerons quelques-unes de leurs propriétés.

a. Leur arc affine croît proportionnellement à l'arc de leur première indicatrice. C'est cette propriété qu'exprime la première des équations (6).

b. Une combinaison des deux équations donne

$$T^2R'^2 + R^2 = \frac{B^2}{A^2}R^6, \tag{7}$$

([1]) E. Cartan, *Bull. Sc. math.*, 34, 1910, p. 280.

c'est-à-dire que *le rayon de leur sphère osculatrice est proportionnel au cube de leur rayon de courbure*. L'interprétation géométrique est la suivante : si S est le centre de la sphère osculatrice, et si MD est la symétrique par rapport à la normale principale Mn de la bissectrice de l'angle nMS, cette droite MD enveloppe une développée de la courbe; par suite, *toutes les développées s'obtiennent sans quadrature*.

L'ensemble des propriétés a et b caractérise complètement nos courbes.

c. L'arc affine de la courbe (S), *arête de rebroussement de la surface polaire, est proportionnel à l'arc affine de la courbe elle-même*. Cette propriété s'exprime par l'équation

$$\frac{R}{T}+\frac{d}{ds}\left(T\frac{dR}{ds}\right)=C\left(\frac{T}{R}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{8}$$

Pour nos courbes, C est positif et égal à $3B^2A^{-\frac{2}{3}}$. L'ensemble des propriétés b et c ne convient qu'à elles. En revanche, les propriétés a et c appartiennent à une famille de courbes à neuf paramètres, d'équations intrinsèques

$$T=\frac{R^4}{A},\qquad \left(\frac{dR}{ds}\right)^2=\frac{B'}{R^2}-\frac{A^2}{R^6}+\frac{D}{R^8}\qquad \left(B'=\frac{1}{3}CA^{\frac{2}{3}}\right). \tag{9}$$

La constante B′ peut être négative, comme C.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une congruence de cercles osculateurs aux lignes de courbure* $u=$ const. *d'une surface* S_1 *et* $v=$ const. *d'une surface* S_2. Note de M. B. **Gambier**, présentée par M. Drach.

1. En étudiant les congruences de cercles (¹) j'ai signalé le cas où *les quatre points focaux se réduisent sur chaque cercle à deux foyers doubles*. Si l'on veut de plus que *chacun de ces deux foyers compte pour deux unités (et non une seule) dans l'intersection du cercle général et des deux cercles voisins qui lui sont sécants, il est nécessaire et suffisant que les deux nappes focales* S_1, S_2 *de la congruence en jeu se correspondent ponctuellement, par les foyers* φ_1, φ_2 *du cercle, les lignes de courbure* (u, v) *se conservant et les cercles osculateurs des courbes* $u=$ const. *de* S_1 *étant osculateurs aux lignes* $v=$ const. de S_2. J'ai établi ces propriétés dans un Mémoire, remis en mars 1933 aux *Annales de Toulouse*, et ramené la solution au problème suivant : *les axes des cercles*

(¹) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 928.

touchent les surfaces focales F_1, F_2 *suivant des lignes* $u =$ const., $v =$ const. *respectivement géodésiques sur* F_1 ou F_2; (x_1, y_1, z_1) étant les coordonnées de F_1, le cercle général C est déterminé par les équations

$$(1)\qquad \Sigma_1 \equiv (x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2-\rho_1^2=0;\qquad \frac{\partial \Sigma_1}{\partial u}=0;$$

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &\left|\frac{\partial x_1}{\partial u}\;\frac{\partial x_1}{\partial v}\;\frac{\partial^2 x_1}{\partial u\,\partial v}\right|=0,\qquad S\frac{\partial x_1}{\partial u}\frac{\partial x_1}{\partial v}-\frac{\partial \rho_1}{\partial u}\frac{\partial \rho_1}{\partial v}=0,\qquad S\left(\frac{\partial x_1}{\partial v}\right)^2-\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial v}\right)^2=0,\\ &\rho_1^2\left[S\left(\frac{\partial^2 x_1}{\partial u^2}\right)^2-\left(\frac{\partial}{\partial u}\frac{F}{\sqrt{G}}\right)^2-\frac{1}{4}\left(E-\frac{F^2}{G}\right)\left\{\frac{\partial}{\partial u}\log\left(E-\frac{F^2}{G}\right)\right\}^2\right]\\ &\qquad\qquad+\frac{2EF}{\sqrt{G}}\rho_1\frac{\partial}{\partial u}\log\left(\frac{F}{\sqrt{EG}}\right)-E\left(E-\frac{F^2}{G}\right)=0.\end{aligned}\right.$$

Les quatre équations (2) déterminent les quatre fonctions inconnues x_1, y_1, z_1, ρ_1 [suivant l'usage, E, F, G désignent $S(\partial x_1/\partial u)^2$, $S\partial x_1/\partial u\,\partial x_1/\partial v$, $S(\partial x_1/\partial v)^2$]. Elles ont l'avantage de montrer que *la longueur d'arc* ρ_1 *des géodésiques* $u =$ const. *de* F_1 *s'obtient sans quadrature,* mais elles se prêtent mal à la discussion et à la recherche de solutions spéciales. J'avais signalé la question par écrit, à MM. Cartan, Finikoff, Vincensini, et oralement à M. Drach. Or M. Finikoff dans une lettre, reçue le 30 mars 1933, m'envoyait la mise en équation du problème, conformément à la méthode de Guichard, en utilisant la représentation sphérique de la congruence rectiligne des axes des cercles, de façon à rétablir la symétrie entre les deux nappes F_1, F_2 ou S_1, S_2; ses résultats *équivalent* au paragraphe *a* de la Note de M. Drach ([1]). MM. Drach et Finikoff ont ainsi obtenu les résultats en jeu en même temps.

2. Je désire maintenant présenter quelques remarques. Avec les notations que j'ai employées (mes angles φ, ψ sont les compléments des angles ψ, φ de M. Drach), on a le système

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} &\psi_{uv}-\varphi_v\psi_u(\cot\varphi+\cot\psi\cos\omega)=0,\qquad \varphi_{uv}-\varphi_v\psi_u(\cot\psi+\cot\varphi\cos\omega)=0,\\ &\omega_{uv}+\varphi_v\psi_u(2\cot\varphi\cot\psi\cos\omega-1)\sin\omega+(\varphi_v\omega_u\cot\psi+\psi_u\omega_v\cot\varphi)\cos\omega=0,\\ &\rho_{uv}+\varphi_v\rho_u\cot\varphi+\psi_u\rho_v\cot\psi+[(\varphi_v\cot\varphi)_u+(\psi_u\cot\psi)_v+\varphi_v\psi_u\cos\omega]\rho=0.\end{aligned}\right.$$

Le $d\sigma^2$ de la sphère est

$$d\sigma^2=\psi_u^2\,du^2+2\psi_u\varphi_v\cos\omega\,du\,dv+\varphi_v^2\,dv^2;$$

si donc nous faisons $\varphi\equiv\psi$, on peut obtenir une solution spéciale où φ, ω, ρ sont fonctions du seul argument $t = u+v$ et s'obtiennent par la résolution

---

([1]) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1057.

des *équations différentielles ordinaires*

$$(5)\qquad \varphi''=\varphi'^2(1+\cos\omega)\cot\varphi,\qquad \omega''+2(\varphi'\cot\varphi\sin\omega)'+\varphi'^2\sin\omega=0,$$

$$(6)\qquad \rho''+2\varphi'\rho'\cot\varphi+[2(\varphi'\cot\varphi)'+\varphi'^2\cos\omega]\rho=0.$$

Les surfaces ainsi obtenues sont des hélicoïdes. Les deux équations (5) équivalent à une *équation d'ordre 4 dont j'ai obtenu une intégrale première, la ramenant ainsi à une équation d'ordre* 3. J'indique la méthode; le $d\sigma^2$ de la sphère est

$$(7)\qquad d\sigma^2=\varphi'^2\left[(du+dv)^2\cos^2\frac{\omega}{2}+(du-dv)^2\sin^2\frac{\omega}{2}\right]=du_1^2+U_1^2\,d\lambda^2,$$

en posant

$$(8)\qquad \varphi'\cos\frac{\omega}{2}dt=du_1,\qquad u-v=\lambda,\qquad \varphi'\sin\frac{\omega}{2}=U_1,$$

où U_1 *est une fonction de l'argument* u_1; mais alors nous savons que les courbes $\lambda=$ const. sur la sphère sont des grands cercles ayant un diamètre commun et que $U_1=A\sin u_1$, où A est une constante : *ce résultat remplace la seconde équation* (5) (qui exprime que la courbure de la forme $d\sigma^2$ est égale à l'unité). Les première et dernière équations (8) donnent

$$(9)\qquad \varphi'^2=\left(\frac{du_1}{dt}\right)^2+A^2\sin^2 u_1,\qquad \tan\frac{\omega}{2}=(A\sin u_1):\frac{du_1}{dt}.$$

La première équation (5) donne

$$(10)\qquad \cot\varphi=\left(A^2\sin u_1\cos u_1+\frac{d^2u_1}{dt^2}\right):2\frac{du_1}{dt}\sqrt{\left(\frac{du_1}{dt}\right)^2+A^2\sin^2 u_1}.$$

Remplaçant φ par cette valeur dans la première équation (9), on a l'équation résolvante annoncée définissant u_1 en fonction de t; (10) et (9) donnent ensuite φ et ω.

THÉORIE DES ESPACES DE RIEMANN. — *Sur un ds^2 binaire particulier.*

Note de MM. **Delsarte** et **Racine**, présentée par M. Henri Villat.

La classification des ds^2 binaires convenant à la théorie de la relativité a déjà été donnée par l'un de nous [1]. Il en est une catégorie importante, formée par ceux qui sont du type

$$dS^2=ds^2+\varphi^2\,d\theta^2;$$

---

[1] J. Delsarte, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 534.

où ds^2 est un ds^2 à trois variables, et où la fonction φ ne dépend que de ces trois variables. Suivant que l'on considère la quatrième variable θ comme un temps cosmique ou comme un angle polaire, on a les ds^2 statiques les plus généraux, ou les ds^2 dynamiques à symétrie axiale. Ce dernier cas est spécialement important, car il contient une solution particulière du problème des deux corps.

De toutes manières, les équations du problème sont, pour le vide, en rapportant les indices au ds^2 à trois variables,

$$\varphi r_{ij} = \varphi_{,i,j},$$
$$\Delta\varphi = 0.$$

Ce sont des équations du second ordre par rapport à la fonction φ, au nombre de sept. On peut les simplifier considérablement par l'artifice suivant :

Introduisons un ds^2 conforme au ds^2 cherché : $d\sigma^2 = \varphi^2\, ds^2$. Relativement à ce dernier, les équations précédentes peuvent s'écrire :

$$R_{ij} = \frac{2}{\varphi^2}\varphi_{,i}\varphi_{,j}.$$

Il n'y a plus que six équations du premier ordre par rapport à la fonction φ.

Malgré cette importante réduction, le problème reste encore très difficile. On peut cependant obtenir des solutions particulières assez étendues, en supposant que, dans le nouvel espace, les variétés $\varphi = \text{const.}$ sont géodésiquement parallèles.

L'intégration peut alors se poursuivre complètement, et la solution générale dépend de trois fonctions arbitraires d'une variable; elle peut se mettre sous la forme

$$d\sigma^2 = (\operatorname{sh}\nu\, d\lambda + \alpha\, d\nu)^2 + (\cos\lambda\, d\mu + \beta\, d\nu)^2 + \operatorname{sh}^2\nu\, d\nu^2; \qquad \varphi = \operatorname{th}\frac{\nu}{2}$$

avec

$$\alpha = R\cos\left[\frac{\mu - f}{\operatorname{sh}\nu}\right]; \qquad \beta = R\sin\lambda\sin\left[\frac{\mu - f}{\operatorname{sh}\nu}\right] - \cos\lambda\operatorname{th}\nu(\mu - g),$$

R, f, g étant trois fonctions arbitraires de ν. On en déduit, comme il a été indiqué plus haut :

1° un dS^2 statique :

$$dS^2 = A^2\operatorname{th}^2\frac{\nu}{2}\, dt^2 - \coth^2\frac{\nu}{2}\left[(\operatorname{sh}\nu\, d\lambda + \alpha\, d\nu)^2 + (\cos\lambda\, d\mu + \beta\, d\nu)^2 + \operatorname{sh}^2\nu\, d\nu^2\right]$$

avec

$$\alpha = \mathrm{R} \cos\left[\frac{\mu - f}{\operatorname{sh}\nu}\right], \qquad \beta = \mathrm{R} \sin\lambda \sin\left[\frac{\mu - f}{\operatorname{sh}\nu}\right] - \cos\lambda \operatorname{th}\nu(\mu - g) \qquad (\mathrm{A} = \text{const.});$$

2° un dS^2 dynamique à symétrie axiale :

$$dS^2 = \cot^2\frac{\nu}{2}(\sin\nu\, d\lambda + \alpha\, d\nu)^2 - \cot^2\frac{\nu}{2}(\cos\lambda\, d\mu + \beta\, d\nu)^2 - 4\cos^4\frac{\nu}{2}d\nu^2 - \mathrm{A}^2 \operatorname{tang}^2\frac{\nu}{2}d\theta^2$$

avec

$$\alpha = \mathrm{R} \operatorname{ch}\left[\frac{\mu - f}{\sin\nu}\right], \qquad \beta = \mathrm{R} \sin\lambda \operatorname{sh}\left[\frac{\mu - f}{\sin\nu}\right] - \cos\lambda \operatorname{tang}\nu(\mu - g) \qquad (\mathrm{A} = \text{const.}).$$

Il est à remarquer que, dans le dernier de ces dS^2, il est impossible de définir un temps cosmique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un théorème de M. E. Borel.*

Note (1) de M. **Chr. Fousianis**, présentée par M. Émile Borel.

On doit à M. Borel le théorème suivant qui s'applique à toute fonction continue, croissante, positive, $\mu(x)$ qui croît indéfiniment avec x.

La fonction $\mu(x)$ vérifie l'inégalité

$$\mu\left(x + \frac{1}{\log\mu(x)}\right) < \mu(x)^{1+\varepsilon} \qquad (\varepsilon > 0),$$

sauf peut-être, pour certaines valeurs de x, contenues dans des intervalles de longueur totale finie.

Nous allons établir la proposition suivante :

Théorème. — *Il existe toujours des valeurs de x croissant indéfiniment vérifiant l'inégalité*

$$\mu\left[x\left(1 + \frac{\log x \log_2 x \ldots \log_\nu^{\rho} x}{\log\mu(x) \log_2\mu(x) \ldots \log_\nu^{k}\mu(x)}\right)\right] < \theta\mu(x) \qquad (\theta > 1),$$

dont l'étendue totale est un intervalle de longueur tendant vers l'infini avec $k > 1$ et $\rho < k$.

(1) Séance du 9 janvier 1933.

Supposons, pour fixer les idées, que l'inégalité

$$(1)\quad \begin{cases} \mu\{x[1+m(x)]\} > \theta\,\mu(x) \qquad \text{avec } \theta > 1, \\ m(x) = \dfrac{\log x \log_1 x \ldots \log_\nu^\rho x}{\log\mu(x)\log_2\mu(x)\ldots\log_\nu^k\mu(x)} \qquad (k > 1 \text{ et } \rho < k) \end{cases}$$

soit vérifiée pour toute valeur de x, à partir d'une valeur $x = x_0$.

Posons

$$x_j[1 + m(x_j)] = x_{j-1} \qquad [j = 0, 1, \ldots, (n-1)],$$

alors

$$\mu(x_j) > \theta\,\mu(x_{j-1}) \quad [j = 0, 1, \ldots, (n-1)] \qquad \text{et} \qquad \mu(x_n) > \theta^n \mu(x_0);$$

on en déduit

$$\log\mu(x_n) > n\log\theta, \quad \ldots, \quad \log_\nu^\alpha \mu(x_n) > (1-\varepsilon_{\nu-1})\log_{\nu-1}^\alpha n.$$

Or,

$$(2)\quad \frac{1}{\log\mu(x_n)\ldots\log_\nu^\alpha\mu(x_n)} < \frac{1}{A\log\theta\, n\log n\ldots\log_{\nu-1}^{\alpha_n}}, \qquad \text{où } A < 1.$$

D'autre part, nous avons $x_j[1+m(x_j)] = x_{j+1}$; donc

$$(3)\quad \log x_j + \log[1 + m(x_j)] = \log x_{j+1}.$$

Si le rapport $\log_\nu x : \log_\nu^\alpha \mu(x)$, $\alpha = k/\rho$ est inférieure à l'unité; alors on aura

$$\left[\frac{\log_\nu x}{\log_\nu^\alpha \mu(x)}\right]^\rho = \frac{\log_\nu^\rho x}{\log^k \mu(x)} < \frac{\log_\nu x}{\log_\nu^\alpha \mu(x)} \qquad \text{pour } \rho > 1;$$

$$x_j[1 + m(x_j)] = x_{j+1};$$

au cas où $\log_\nu x / \log_\nu^\alpha \mu(x) > 1$, on aura $\dfrac{\log_\nu x}{\log_\nu \mu(x)} > 1$; donc

$$1 + m(x_j) < [1 + f(x_j)]^\rho < e^{\rho f(x_j)} \qquad \text{avec } f(x) = \frac{\log x \log_2 x \ldots \log_\nu x}{\log\mu(x)\log_2\mu(x)\ldots\log_\nu^\alpha\mu(x)};$$

alors, pour $\rho > 1$, on aurait $\log[1 + m(x_j)] < \rho f(x_j)$ et, en tenant compte de (3), on en déduit $\log x_j + \rho f(x_j) > \log x_{j+1}$, c'est-à-dire

$$\log x_j\left[1 + \rho\frac{\log_2 x_j \ldots \log_\nu x_j}{\log\mu(x_j)\log_2\mu(x_j)\ldots\log_\nu^\alpha\mu(x_j)}\right] > \log x_{j+1};$$

de même

$$\log_\nu x_j\left[1 + \frac{\rho}{\log\mu(x_j)\log_2\mu(x_j)\ldots\log_\nu^\alpha\mu(x_j)}\right] > \log_\nu x_{j+1}.$$

L'inégalité dernière pour $j = 0, 1, \ldots, (n-1)$ fournit

$$\log_\nu x_n < \log_\nu x_0[1 + \varphi(x_0)]\ldots[1 + \varphi(x_{n-1})],$$

c'est-à-dire

$$\log_{\nu+1} x_n < \log_{\nu+1} x_0 + \sum_0^{n-1} \varphi(x_n), \qquad \varphi(x) = \frac{\rho}{\log\mu(x)\ldots\log_\nu^\alpha \mu(x)},$$

et, en tenant compte de (2), nous aurons

$$\log_{\nu+1} x_n < \log_{\nu+1} x_0 + \mathrm{N} + \frac{\rho}{\mathrm{A}\log\theta} \sum_2^{n-1} \frac{1}{n\log n\ldots\log_{\nu-1}^\alpha n},$$

N fixe, c'est-à-dire $x_n < \mathrm{B}$, B désigne un nombre fixe. Il y a donc contradiction avec l'inégalité $\mu(x_n) > \theta^n \mu(x_0)$. Soit x_p la première valeur à droite de x_n qui vérifie l'inégalité (1), nous posons

$$x_{p+k} = x_{p+k-1}[1 + m(x_{p+k-1})],$$

d'où il vient

$$\log_{\nu+1} x_{p+k} < \log_{\nu+1} x_p + \rho \sum_{k=0}^{k-1} \frac{1}{\log\mu(x_{p+k})\ldots\log_\nu^\alpha \mu(x_{p+k})},$$

et, en tenant compte des relations

$$\mu(x_{p+k}) > \theta^k \mu(x_p) > \theta^{n+k}\mu(x_0),$$

on obtient

$$\log_{\nu+1} x_{p+k} < \log_{\nu+1} x_p + \frac{\rho}{\mathrm{A}\log\theta} \sum_{k=0}^{k-1} \frac{1}{(n+k)\log(n+k)\ldots\log_{\nu-1}^\alpha(n+k)},$$

c'est-à-dire $x_{p+k} < \mathrm{B}'$, B' désigne un nombre fixe. Considérons donc les intervalles exceptionnels (x_0, x_n), (x_p, x_{p+k}), ..., $(x_q, x_{q+\lambda})$, nous avons

$$\log_{\nu+1} x_n + \log_{\nu+1} x_{p+k} + \ldots + \log_{\nu+1} x_{q+\lambda}$$
$$< \log_{\nu+1} x_0 + \log_{\nu+1} x_p + \ldots + \log_{\nu+1} x_q + \mathrm{N} + \frac{\rho}{\mathrm{A}\log\theta} \sum_2^{\infty} \frac{1}{n\log n\ldots\log_{\nu-1}^\alpha n},$$

et comme

$$x_p = x_n + \Delta_1 \qquad \text{ou} \qquad \log_{\nu+1} x_p < \Delta_1 + \log_{\nu+1} x_n;$$

de même

$$x_q = x_{b+d} + \Delta_m \qquad \text{et} \qquad \log_{\nu+1} x_q < \Delta_m + \log_{\nu+1} x_{k+d},$$

avec $b < q$; les considérations ci-dessus nous fournissent

$$\log_{\nu+1} x_{q+\lambda} < \log_{\nu+1} x_0 + \mathrm{M} + \sum_1^m \Delta_m,$$

M fixe. Si la série $\Sigma\Delta_m$ diverge ayant une somme égale à ∞, le théorème est démontré: si elle converge tous les intervalles exceptionnels couvrent un intervalle fini.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la théorie de la turbulence dans les canaux.* Note de M. **G. D. Mattioli**, présentée par M. H. Villat.

Considérons le mouvement d'un fluide dans un canal à parois parallèles (Ox, axe du canal; Oy, perpendiculaire aux parois; $2h$, largeur) : quand la vitesse moyenne est supérieure à une valeur critique, le mouvement perd la régularité qui caractérise le régime visqueux et devient *turbulent*. L'expérience montre que les couches adjacentes se mélangent : M. Prandtl a traduit cette circonstance introduisant une fonction $l(y)$ qui représente la longueur parcourue perpendiculairement à la vitesse par les éléments fluides qui se détachent de la masse et réalisent le transfert turbulent. En se fondant sur cette explication fondamentale de la turbulence, on peut en construire une théorie complètement dynamique sur la base des hypothèses suivantes :

1° La vitesse locale v a une définition statistique : moyenne dans une région suffisamment petite;

2° La masse fluide est (partiellement) désagrégée en éléments de petites dimensions, bien que finies, et caractérisés, dynamiquement, par la quantité de mouvement et le moment de quantité de mouvement, qui sont cédés à la couche qui capture ces éléments.

A côté de $l(y)$ définissons une $k(y)$ telle que $\rho k dt$ est, pour unité de volume, la masse qui dans le temps dt passe de y en $y-l$ et $y+l$.

Considérons le volume élémentaire dS de dimensions 1, dy, 1 : avec des calculs tout à fait élémentaires, on trouve que

$$-\rho(l^2 k v')' \, dy, \quad -\rho(l^2 k v'')' \, dy, \quad \left(v' = \frac{dv}{dy}, \ldots\right)$$

représentent respectivement la quantité de mouvement *perdue* par dS à la suite du transfert de masse, et une quantité proportionnelle au moment de quantité de mouvement (par rapport au centre de gravité de chaque élément) transporté hors de dS. Le mouvement étant permanent, une force et un moment égalant les quantités précédentes doivent être appliqués sur dS. La force est le gradient, constant, de pression $\rho\sigma = -dp/dx$; le couple, dont la nature physique est encore inconnue, a un moment qui, vraisemblablement, s'annule avec v'' : il est naturel de le poser proportionnel à v''. On trouve ainsi les deux équations

$$-(l^2 k v')' = \sigma; \qquad (l^2 k v'')' = a v''$$

qui s'intègrent une fois (la constante d'intégration de la première est nulle). Éliminant l^2k on obtient l'équation caractéristique de la turbulence dans les canaux

$$\frac{v''}{v'} = -\frac{av' + b}{\sigma y}. \tag{1}$$

On traduit la loi de similitude de Stanton en prenant les nouvelles variables ξ et u,

$$\xi h = y, \qquad \sqrt{\sigma h}\, u = v_{\max.} - v,$$

et exigeant qu'il doit résulter $u = u(\xi)$. Alors nécessairement

$$a = \varkappa \sqrt{\sigma h}, \qquad b = \beta\sigma,$$

avec $\varkappa$ et β nombres purs. De l'équation (1) résulte enfin

$$\frac{d\xi}{du} = \frac{\varkappa}{\beta} - c\xi^{\beta}, \tag{2}$$

où les constantes β, c sont déterminées par les données empiriques. Le expériences de Nikuradse [1] nous font retrouver un résultat déjà apparu dans le cas des tubes [2] ; *la courbe $u(\xi)$ est formée de deux arcs appartenant à deux intégrales de l'équation (2), respectivement déterminées par les conditions sur l'axe et à la paroi.*

On doit prendre $\varkappa = 0,44$, et respectivement $\beta = 1$, $\beta = 2$; alors l'équation (2) s'intègre et l'on a

$$u - u_0 = \frac{1}{c}\left[\log(x - c\xi)\right]_{\xi}^{\xi^*} \qquad (\xi < \xi^*),$$

$$u - u_0 = \frac{1}{\varkappa}\sqrt{\frac{\varkappa}{2c'}}\left[\log\frac{1 + \xi\sqrt{\frac{2c'}{\varkappa}}}{1 - \xi\sqrt{\frac{2c'}{\varkappa}}}\right]_{\xi_0}^{\xi} \qquad (\xi > \xi^*).$$

On obtient les résultats expérimentaux avec

$$c = 0,56, \qquad \sqrt{\frac{2c'}{\varkappa}} = 0,99187, \qquad \xi^* = \sim 0,5.$$

La constante $\varkappa$ a la même valeur que dans le cas des tubes : *$\varkappa$ est donc une constante universelle de turbulence.*

---

(1) *Forschungsarbeiten des Vereins Deutscher Ingenieuren*, no 289, 1929, p. 31.

(2) G. D. MATTIOLI, *Rendiconti dei Lincei*, 17, 1933, p. 217, 289.

Voici, enfin, les valeurs observées et calculées (u_c) de u :

ξ.......	0	0,17	0,25	0,333	0,417	0,5	0,583
u.......	0	0,26	0,39	0,74	1,16	1,6	2,09
u_c.......	—0,3	0,23	0,48	0,78	1,14	1,58	2,11
ξ.......	0,666	0,75	0,833	0,875	0,917	0,958	1
u.......	2,79	3,53	4,43	5,27	6,07	7,20	11,78
u_c.......	2,72	3,48	4,47	5,15	6,07	7,50	11,68

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les mouvements à trois dimensions, avec sillage.* Note de M. **Florin Vasilesco**, présentée par M. H. Villat.

Dans une Note antérieure [1], j'ai exposé brièvement une méthode d'étude des mouvements avec sillage à trois dimensions, en considérant un obstacle, de révolution autour d'un axe qu'il rencontre, ayant la direction de la vitesse à l'infini. La méthode est cependant *générale* et implique seulement que *le mouvement est le même dans tout demi-plan passant par une droite parallèle à la vitesse à l'infini.* Elle permet d'étudier, sans difficulté, un grand nombre de mouvements, par exemple : les *jets fluides* à travers un orifice circulaire pratiqué dans une paroi plane, ou à travers un cône tronqué; le mouvement, avec sillage, d'un fluide dans un *tunnel cylindrique obstrué en partie par un disque* (ou un cône) placé axialement, etc. Il n'est pas nécessaire d'insister sur l'importance pratique de ces mouvements, et particulièrement du dernier. Les mouvements avec sillage peuvent être engendrés par des obstacles rencontrant l'axe, ou ne le rencontrant pas. Dans ce dernier cas, l'obstacle est un *anneau* de révolution (ou plusieurs, tenons-nous en à un seul). Ce cas est le plus général et très intéressant. En effet, en faisant s'éloigner l'axe vers l'infini, on obtient comme cas limite un cylindre indéfini et cependant *on ne retombe pas* sur le mouvement à deux dimensions avec sillage. Cela n'est nullement surprenant, la méthode impliquant essentiellement que le rayon intérieur de l'anneau est fini. D'ailleurs, comme M. Villat a bien voulu me le faire remarquer, quel que soit ce rayon, le problème est toujours le même, car on peut ramener le rayon à une longueur constante. Si, d'autre part, le profil S de l'anneau est *symétrique* par rapport à une droite parallèle à l'axe, δ, *on retombe sur les lignes de jet* du mouvement de l'obstacle engendré par la révolution de S autour de δ, car le mouvement *équivalent* de l'anneau tend vers celui de ce mouvement. Pour continuer l'exposé de la méthode, ainsi que pour permettre de vérifier ces

[1] *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 896.

faits, je vais étudier le *mouvement avec sillage d'un anneau*, dont le cas d'un obstacle rencontrant l'axe se déduit par le passage à la limite indiqué.

La configuration du mouvement plan équivalent est alors la même que pour le mouvement plan avec sillage (voir H. Villat, *Mécanique des fluides*, p. 143) avec, en plus, une ligne de courant horizontale $\Delta' M \Delta$ d'ordonnée négative. La configuration dans le plan du potentiel complexe f présente la même particularité. Le domaine de la fonction $[Z = X + iY = 1/2(df/dz)^2]$ est limité par la portion de la droite $Y = 1$ allant d'un point P_2 à $+\infty$, [c'est (λ_2)]; une courbe (ω_2) allant de P_2 à o, (ω_1) de o à P_1 sur $Y = -1$, (λ_1) de P_1 à $+\infty$ sur $Y = -1$, (Δ') de $+\infty$ à M' sur $Y = 0$ et (Δ) de M à $+\infty$ sur $Y = 0$. On transforme les domaines de Z et f sur un cercle (ζ) de rayon un, avec les correspondances suivantes : $\omega_2(0, i)$, $\omega_1(i, -1)$, $\lambda_1(-1, e^{i\varepsilon_1})$, $\Delta' M(e^{i\varepsilon_1}, e^{i\varepsilon'})$, $M\Delta\,(e^{i\varepsilon'}, e^{i\varepsilon_2})$, $\lambda_2(e^{i\varepsilon_2}, 1)$. Les formules générales sont :

$$f = -\frac{k}{2}\,\frac{\sin\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_1}{2}\right)}\left[\log\frac{e^{i\varepsilon_2} - \zeta}{e^{i\varepsilon_1} - \zeta}\,\frac{\sin\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\frac{\varepsilon_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}\,e^{i\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\varepsilon_2}{2}\right)} + \frac{\sin\left(\frac{\varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varepsilon_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}\,e^{i\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}\,\frac{i - \zeta}{e^{i\varepsilon_1} - \zeta}\right],$$

$$Z = ik\,e^{\frac{i}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon' + \varepsilon_2)} \int e^{\frac{i}{2\pi}\int_0^{\pi} \Theta(\varepsilon)\frac{1 + \zeta e^{-i\varepsilon}}{1 - \zeta e^{-i\varepsilon}}\,d\varepsilon}\;\frac{(e^{i\varepsilon'} - \zeta)(1 - \zeta)}{(1 + \zeta)^2 (e^{i\varepsilon_1} - \zeta)(e^{i\varepsilon_2} - \zeta)}\,d\zeta.$$

Si l'on connaissait la correspondance $\Theta(\varepsilon)$ entre l'angle du contour de Z avec OX et l'argument ε sur le cercle, il serait facile d'expliciter la deuxième formule et de déterminer les constantes. On en tirerait dz en fonction de ζ et, de là, les lignes (λ_1), (λ_2), ... Cette formule pose des problèmes analogues à ceux posés par la formule classique [1] (*loc. cit.*, p. 150).

Dans le cas d'un *anneau plan* circulaire, on obtient

$$f = -\frac{k}{2}\,\frac{\sin\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\varepsilon_1}\left[\log\frac{e^{i(3\pi - \varepsilon_1)} - \zeta}{e^{i\varepsilon_1} - \zeta}\,e^{i\left(\varepsilon_1 - \frac{3\pi}{2}\right)} - 2\cos\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)e^{i\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}\,\frac{i - \zeta}{e^{i\varepsilon_1} - \zeta}\right],$$

$$Z = -\frac{1}{\pi}\log\frac{(e^{i\varepsilon_1} - \zeta)(e^{i(3\pi - \varepsilon_1)} - \zeta)\,e^{-2i\pi}}{2(1 + \zeta)(\zeta - 1)\sin^2\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)},$$

$$dz = -ik\sqrt{\frac{\pi}{2}}\;\frac{e^{i\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\varepsilon_1}{2}\right)}(-i + \zeta)\,d\zeta}{(e^{i(3\pi - \varepsilon_1)} - \zeta)(e^{i\varepsilon_1} - \zeta)^2\sqrt{\log\dfrac{(e^{i\varepsilon_1} - \zeta)(e^{i(3\pi - \varepsilon_1)} - \zeta)\,e^{-2i\pi}}{2(1 + \zeta)(\zeta - 1)\sin^2\left(\frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}}}.$$

---

(1) Voir, à ce sujet, les travaux de M. Villat.

Les constantes k et ε_1 se déterminent en écrivant que la largeur d de l'anneau (P_2P_1) est connue, ainsi que son rayon intérieur h. Les lignes de jet (λ_1) et (λ_2) s'obtiennent en intégrant respectivement de $\varepsilon = \pi$ à ε_1 et de 2π à $3\pi - \varepsilon_1$, $\zeta = e^{i\varepsilon}$. Enfin, en faisant tendre h vers l'infini, ε_1 tend vers $3\pi/2$, k vers $4a$, et l'on retrouve le cas du disque de rayon $1/2\,d$.

Les formules précédentes conduisent alors immédiatement à la formule relative au disque, donnée dans la Note citée.

ASTRONOMIE. — *Sur un astrolabe impersonnel.* Note de M. **Henri Chrétien**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note présentée à l'Académie en 1914 j'ai décrit une disposition à donner à l'instrument des hauteurs égales inventé par MM. Claude et Driencourt, afin de faire disparaître l'erreur provenant du changement de mise au point. D'autre part, les travaux de Mme Chandon sur l'astrolabe à prisme ont montré qu'on pourrait en accroître notablement la précision si l'on pouvait débarrasser les observations d'une *équation personnelle* dont elle a révélé l'existence.

Dans l'instrument dont j'ai exposé le principe au Congrès national d'Astronomie de 1931, puis au Congrès international de Cambridge et dont je présente ici une description plus précise, je me suis proposé de faire disparaître les deux causes d'erreur précédentes.

L'instrument comprend deux éléments essentiels indépendants : l'*astrolabe* proprement dit et un *diasporamètre*, compensateur du déplacement zénital de l'astre.

Afin de réduire au minimum la dimension des prismes du diasporamètre, j'ai adopté pour les deux miroirs de l'appareil décrit en 1914 une disposition différente. Ils forment maintenant un toit à 60°, à plan bissecteur vertical, qui recouvre le bain de mercure. La lunette est disposée horizontalement et vise le point situé à 120° de l'étoile.

Au lieu de l'argenture semi-transparente préconisée antérieurement, le miroir qui est tourné vers la lunette est argenté selon des bandes rectilignes perpendiculaires à l'arête du toit, séparées par des intervalles transparents légèrement plus larges, afin d'égaliser les éclats des deux images.

La moitié de la lumière est ainsi réfléchie directement dans la direction de l'axe optique de la lunette. L'autre partie traverse le support du premier

miroir, se réfléchit une première fois sur le bain de mercure, puis à nouveau sur le second miroir (à argenture pleine ordinaire) qui la renvoie à son tour selon l'axe de la lunette.

Les images qu'on obtient ainsi sont assez fortement diffractées dans le sens horizontal, mais le pouvoir de résolution de la lunette est intégralement respecté dans le plan vertical, ce qui est essentiel. Peut-être même que l'élongation horizontale des images est avantageuse au point de vue de la comparaison des hauteurs. Dans les astrolabes actuellement en usage, le pouvoir séparateur de la lunette est réduit de moitié dans le mauvais sens, bien que, toutefois, chaque image diffractée présente une répartition symétrique de la lumière de part et d'autre d'un axe horizontal.

Dans l'appareil actuellement en construction, le diamètre de l'objectif est de 81mm. Celui des miroirs est de 105mm, largement supérieur au diamètre strictement nécessaire (93mm,5).

Cette disposition générale permet donc d'envisager la construction facile d'instruments notablement plus lumineux que les astrolabes actuels. La pratique acquise dans la construction des équerres optiques à miroirs pour les grands télémètres de marine procure toute tranquillité quant à la stabilité de l'angle.

Pour rendre l'astrolabe *impersonnel*, il suffit de placer sur le trajet des rayons venant de l'astre, en avant des miroirs, un *diasporamètre* déviant les rayons dans le plan vertical et dont la vitesse de rotation, proportionnelle à l'azimut de la lunette, maintient un instant constante la hauteur de l'astre, en dépit du mouvement diurne. Ce dispositif est indépendant de l'instrument et peut être appliqué à tous les instruments de hauteurs égales, lunette coudée ou astrolabe.

Dans l'appareil en construction, les prismes du diasporamètre produisent isolément une déviation de 15′, de sorte que le déplacement de l'astre en altitude peut être *théoriquement* compensé sur 1°. Évidemment, on n'utilise qu'une fraction de cette étendue, afin de n'avoir pas à s'écarter par trop d'un mouvement de rotation uniforme des prismes. Pratiquement, on peut poursuivre la compensation sur l'intervalle $\mp 15'$ à $\pm 15'$, ce qui correspond au champ de l'astrolabe actuel. Les prismes ont alors un déplacement relatif de 120°; l'amplification angulaire est, de ce fait, de 240. Les contacts électriques peuvent être alors fixés *directement* — c'est-à-dire sans engrenage ni vis tangente intermédiaires — sur les deux plateaux tournants de diamètre convenable (32cm) qui entraînent les prismes. Un millimètre de

déplacement relatif équivaut ainsi à 5″. Des contacts à *déclic*, de construction soignée, peuvent avoir une position de déclenchement fidèle à moins de 1/25ᵉ de millimètre. Une commande différentielle permet à l'observateur de rappeler à chaque instant les images à l'égalité d'altitude.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Premières comparaisons des étalons nationaux de résistance électrique, exécutées au Bureau international des Poids et Mesuses.* Note de MM. **A. Pérard** et **M. Romanowski**, présentée par M. Paul Janet.

Les étalons de résistance de la valeur de 1 ohm qui sont entrés dans ces comparaisons sont au nombre de douze : 2 ohms de la Physikalisch-Technische Reichsanstalt de Berlin, R (3751) et R′ (3072); 2 ohms du National Physical Laboratory de Teddington, N (645) et N′ (643) ; 2 ohms du Laboratoire Central d'Électricité de Paris, C (7413) et C′ (3962) ; 2 ohms de l'Electrotechnical Laboratory de Tokyo, E (2906) et E′ (2905) ; 4 ohms du Bureau international des Poids et Mesures, I_1 (7247), I'_1 (7246), I_2 (7244), I'_2 (7243). (Très malheureusement les ohms du Bureau of Standards, apportés de Washington au moment du Congrès d'Électricité, n'ont pu nous être laissés.)

Toutes ces résistances, constituées par des bobines de manganine, de modèle à très peu près semblable, ont été transportées à la main de leur Institut d'origine au Bureau international, et depuis leur arrivée sont restées dans une même salle maintenue à la température constante de 20°.

La méthode utilisée pour les comparaisons a été celle du pont double de Thomson, l'équilibre entre les deux résistances du pont étant réalisé par des shunts. Les ohms à comparer se substituaient l'un à l'autre dans la même branche du pont, l'autre branche étant occupée par une résistance-tare. Une mesure n'a jamais eu pour objet que la comparaison directe de deux étalons ; elle comportait quatre observations sur chacun d'eux, et se terminait par l'étalon qui avait commencé la mesure ; la température était lue à chaque observation, sur un thermomètre bien étudié, placé au centre de chaque bobine.

Le pont lui-même, établi par l'Association des Ouvriers en Instruments de précision, comporte quatre résistances de 1000 ohms ajustées au dix-millième. Grâce au galvanomètre Zernicke de Kipp et Fils (type Zd), particulièrement sensible, à sa grande distance de l'échelle où se forme un

spot très net, et au procédé d'observation de ce spot à la loupe, par rapport à un trait sur lequel il était parfaitement centré, l'intensité du courant principal de 0,1 A permettait encore d'apprécier des variations de résistance de 0,1 microhm dans une seule observation, et par suite d'atteindre une précision supérieure au dixième de microhm par la répétition des observations et la compensation entre eux d'un grand nombre de résultats obtenus dans des conditions différentes.

Pour limiter le travail, et pour faciliter les calculs des valeurs les plus probables des résultats, nous avons entre les étalons d'un même laboratoire, désigné l'un comme « primaire »; et nous avons exécuté les comparaisons dans toutes les combinaisons possibles deux à deux des étalons semblables, alors que chaque étalon secondaire a été comparé à trois seulement des étalons primaires.

En raison de la double incertitude où nous étions, et sur les coefficients thermiques de la plupart des ohms qui nous étaient confiés, et sur les variations à craindre de tous, dans le cours du temps, nous avons été conduits à répéter huit fois (quatre fois par observateur aux températures successives, dans l'ordre chronologique, de 19°,7; 20°,3; 20°,3; 19°,7) l'ensemble des comparaisons indiqué ci-dessus; une même comparaison étant toujours exécutée à des températures deux à deux symétriques par rapport à 20°, et à des jours symétriques par rapport à un même jour central moyen.

On a obtenu ainsi : 1° les coefficients thermiques relatifs; 2° les coefficients de variation relatifs dans le temps; 3° les différences de tous les étalons entre eux, obtenues au jour central moyen (30 déc. 1932) de toutes les expériences.

Comme certains laboratoires nous ont communiqué les coefficients thermiques, et que tous nous ont fait savoir les valeurs, qu'eux-mêmes attribuent à leurs propres étalons, soit à une seule date antérieure à nos expériences, soit à deux époques encadrant celle du présent travail, nous avons pu en déduire :

1° Les coefficients thermiques absolus de tous les étalons, qui vont de — 0,8 à + 27,6 microhms par degré;

2° Les coefficients de variation absolus dans le temps, qui s'échelonnent entre — 0,022 et + 0,031 microhm par jour pour les ohms nationaux, et entre — 0,271 et — 0,007 pour les étalons du Bureau international, de fabrication toute récente;

3° La grandeur Ω_m de l'unité moyenne de celles des quatre laboratoires;

et nous avons exprimé en fonction de cette unité, à la date du 30 décembre 1932 :

a. La valeur de chaque étalon :

$R = 1,0000195\ \Omega_m$	$R' = 1,0000943\ \Omega_m$	$E = 1,0000717\ \Omega_m$	$E' = 1,0001713\ \Omega_m$
$N = 0,9999654\ \Omega_m$	$N' = 0,9999141\ \Omega_m$	$I_1 = 1,0000163\ \Omega_m$	$I'_1 = 1,0000128\ \Omega_m$
$C = 1,0000250\ \Omega_m$	$C' = 1,0000465\ \Omega_m$	$I_2 = 1,0000533\ \Omega_m$	$I'_2 = 1,0000480\ \Omega_m$

b. La grandeur de l'unité propre à chaque pays :

Allemagne $0,9999875\ \Omega_m$	France $1,0000623\ \Omega_m$
Angleterre $0,9999763\ \Omega_m$	Japon $0,9999739\ \Omega_m$

Entre l'unité française et l'unité japonaise de résistance existe donc actuellement un écart qui approche du dix-millième.

Observation de M. **Paul Janet** *au sujet de la Note précédente.*

La Note présentée par MM. A. Pérard et M. Romanowski emprunte un intérêt particulier à ce qu'elle constitue la première publication du Bureau international des Poids et Mesures dans le domaine des Unités électriques. On sait que pendant de très longues années, ce domaine a été exclu de l'activité du Bureau. C'est seulement la Conférence de 1921 qui l'a autorisé à constituer un centre de coordination pour les travaux entrepris dans les différents Laboratoires nationaux sur les unités électriques, et la Conférence de 1927 qui a précisé cette autorisation par la création d'un Comité consultatif des unités électriques auprès du Comité international des Poids et Mesures.

Les résultats présentés par MM. A. Pérard et M. Romanowski confirment avec un très haut degré de précision les résultats des intercomparaisons qui se poursuivent depuis de longues années entre les Laboratoires nationaux. Elles montrent que les différences entre les étalons de l'ohm, conservés au moyen de bobines en fil métallique, s'élèvent à plusieurs cent-millièmes.

Les Laboratoires tiennent compte dans toutes les comparaisons internationales de ces différences qui, d'ailleurs, n'ont aucune importance pour la pratique ; on attend, pour faire cesser ce désaccord, la conclusion des recherches entreprises dans un certain nombre des Laboratoires sur la

détermination du rapport entre les unités internationales et les unités absolues. Il sera possible, à ce moment, d'uniformiser les étalons des divers Laboratoires en attribuant à chacun d'eux une valeur exprimée en unités électromagnétiques absolues. Il est certain que, pour cette réforme, le Bureau international des Poids et Mesures aura à remplir un rôle de coordination extrêmement précieux.

PHYSIQUE. — *Sur la vitesse apparente des ondes radioélectriques courtes.* Note de MM. **N. Stoyko** et **R. Jouaust**, présentée par M. Ernest Esclangon.

On détermine la vitesse apparente de propagation des ondes radioélectriques en comparant, par l'intermédiaire de deux stations émettrices de signaux horaires, deux stations réceptrices de ces mêmes signaux.

La vitesse apparente des ondes longues a été déterminée depuis longtemps par cette méthode directe (1).

La détermination de la vitesse apparente des ondes courtes (de 15 à 40^m) n'a été possible, jusqu'à ces derniers temps, que par une méthode indirecte consistant à comparer la durée de propagation des ondes courtes et celle des ondes longues entre deux stations. Connaissant la vitesse des ondes longues, on a pu déterminer ainsi celle des ondes courtes. La vitesse apparente trouvée pour ces dernières est égale à 272 700 km/sec ± 5700 (2).

Pour la première fois, pendant le dernier trimestre de 1932, on a pu, au Bureau International de l'Heure, déterminer la vitesse apparente des ondes courtes par la méthode directe. On a reçu pendant ce temps simultanément à Paris et à Buenos-Aires les émissions des signaux horaires de Pontoise ($\lambda = 28^m,35$) et de Monte-Grande ($\lambda = 15^m,35$). La comparaison de ces émissions nous a donné, compte tenu du retard dans les appareils de réception, pour la durée de propagation : $0^s,08191 \pm 0^s,00134$, le chemin étant de 22094^{km} en suivant le grand cercle sur la surface de la Terre. Cela correspond à une vitesse apparente de 269700 km/sec ± 4400. Cette valeur coïncide assez bien avec la valeur trouvée par la méthode indirecte.

(1) N. Stoyko, *Sur la mesure du temps et les problèmes qui s'y rattachent*, p. 58-76 (Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931).

(2) N. Stoyko, *La vitesse de propagation des ondes courtes* (*Bulletin géodésique*, no 27, 1930, p. 45).

La propagation des ondes radioélectriques se fait entre le sol et une couche fortement ionisée située à une altitude de 300^{km}. Leur propagation serait assurée par une série de réflexions entre le sol et cette couche ionisée. La vitesse vraie des ondes courtes étant identique à celle de la lumière [1], on aurait donc huit réflexions des ondes entre Paris et Buenos-Aires avec l'angle de 19°,8 entre la direction des ondes et l'horizon.

Par un procédé identique on a mesuré la vitesse apparente des ondes longues pour la même période. Cette vitesse apparente a été trouvée égale à 245000 km/sec.

Cette différence de vitesse entre les ondes longues et les ondes courtes peut s'expliquer par la différence du mécanisme de propagation des deux variétés d'ondes. On admet généralement que, pour les ondes longues, la couche ionisée se comporte comme un conducteur métallique. L'énergie des ondes radioélectriques est donc en quelque sorte canalisée entre deux surfaces électriques et sa propagation peut être assimilée à celle de l'énergie sonore dans un tuyau.

Mais, comme l'a montré pour la première fois H. Poincaré, par suite de la résistance électrique des deux conducteurs du chemin d'onde, le front de celle-ci subit un étalement.

Au poste récepteur, le champ électrique, au lieu de prendre brusquement la valeur correspondant à l'intensité du signal, prendra d'abord une valeur excessivement faible. Puis l'amplitude du champ croissant, il arrivera un moment où cette intensité aura une valeur suffisante pour déclencher les appareils récepteurs, et c'est cet instant qui sera considéré comme celui de l'arrivée du signal.

On voit que, dans ces conditions, on sera amené à trouver pour la vitesse apparente de propagation des ondes longues une vitesse beaucoup plus faible que celle de la lumière et plus faible aussi que celle des ondes courtes.

IONISATION DES GAZ. — *Sur la décharge à haute fréquence dans les gaz.* Note de M. **Th. V. Ionescu** et Mme **Irène Mihul**, présentée par M. A. Cotton.

Les études sur la décharge à haute fréquence dans les gaz ont montré que le potentiel nécessaire à l'entretien de la décharge passe par un minimum pour des fréquences de l'ordre de 10^8 p. s. et des pressions de l'ordre

(1) R. Jouaust et N. Stoyko, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1207.

de 10^{-2} mmHg. Il peut être plus petit que le potentiel d'ionisation. Ce fait n'a pas reçu jusqu'à présent d'explication satisfaisante.

On a montré [1] que les électrons des gaz ionisés ont une période propre de vibrations de l'ordre de 10^8 p. s. Les champs électriques de fréquence voisine peuvent communiquer à ces électrons une énergie plus grande que celle qui est nécessaire pour ioniser le gaz, et ainsi la décharge est entretenue. Partant de ces considérations nous avons commencé à étudier la décharge dans les gaz s'effectuant dans un champ magnétique. Le gaz à étudier était contenu dans un tube de 5^{cm} de diamètre et 20^{cm} de longueur sur lequel étaient collées deux feuilles d'étain de 2×4^{cm} mises en communication avec un oscillateur Mesny.

Lorsqu'on chauffe modérément l'oscillateur, la lumière émise par le tube est faible, elle est concentrée dans la région des électrodes. Pour des chauffages plus intenses le tube s'illumine brusquement et la lumière gagne tout le tube.

Tout se passe comme s'il y avait deux régimes de décharge. Pour mieux les étudier, le tube a été introduit dans un champ magnétique parallèle à l'axe du tube et perpendiculaire au champ électrique de haute fréquence. Le champ magnétique était produit par deux bobines disposées de la manière indiquée par Helmholtz.

Nous avons travaillé avec les longueurs d'onde de 470 à 870^{cm} et pour des pressions comprises entre quelques millièmes et quelques dixièmes de millimètre de Hg; nous avons toujours observé les deux régimes.

a. Dans le *premier* régime en faisant croître le champ magnétique pour de faibles pressions la lumière croît d'abord lentement et disparaît ensuite complètement pour $H = 22$ gauss et $\lambda = 470^{cm}$, et pour $H = 12$ et $\lambda = 870^{cm}$. Pour des pressions plus grandes la lumière décroît lentement et disparaît pour les mêmes valeurs du champ magnétique.

Dès qu'on dépasse ces valeurs la lumière croît rapidement jusqu'à des valeurs dix fois plus grandes qu'en l'absence du champ magnétique. Dans ce cas, si l'on réduit le chauffage de l'oscillateur la décharge s'entretient encore. Si le champ disparaît la décharge s'arrête parce que l'énergie de l'oscillateur est trop petite pour l'entretenir. Ce fait nous montre que le champ magnétique peut diminuer le potentiel nécessaire pour entretenir la décharge dans le tube.

Si l'on continue à accroître le champ magnétique la lumière commence

---

[1] *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 1008.

par avoir de petites variations pour diminuer plus fortement lorsque le champ atteint 70 gauss.

Les valeurs des champs magnétiques pour lesquelles la lumière diminue fortement ($H = 22$ pour $\lambda = 470^{cm}$ et $H = 12$ pour $\lambda = 870^{cm}$), sont celles pour lesquelles les électrons libres entrent en résonance avec le champ électrique extérieur. Ils décrivent des spirales et leur énergie augmente à chaque tour. De même que les électrons de grande vitesse de l'espace cathodique des tubes Geissler, ils n'excitent pas le gaz.

Un ampèremètre placé sur l'oscillateur montre pour ces valeurs du champ magnétique une puissante absorption d'énergie quoique le gaz n'émette pas de la lumière. Nous rappelons que dans une Note antérieure [1] nous avons montré que les électrons à grande vitesse produisent une plus forte ionisation dans le champ magnétique que s'il n'y avait pas de champ.

b. Dans le *deuxième* régime, bien que le champ électrique de haute fréquence soit plus puissant on n'observe plus les variations caractéristiques du premier régime quand on passe par les valeurs du champ magnétique correspondant à la résonance. Lorsque le champ magnétique augmente, l'intensité augmente de même mais lentement pour diminuer lorsque le champ atteint 40 à 50 gauss, pour des énergies moyennes de l'oscillateur.

Pour des énergies plus fortes, l'intensité de la lumière s'accroît encore pour des valeurs plus grandes que 40 à 50 gauss.

Dans le premier régime, on peut observer très bien, même lorsque la pression est de quelques dixièmes de millimètre de Hg, *le moment où les électrons libres passent par la résonance.*

Dans le deuxième régime pour les mêmes pressions et les mêmes champs magnétiques, on n'observe aucune variation. Tout se passe comme si dans ce régime les électrons n'étaient pas libres. Ce régime présente quelque analogie avec celui où se produit la conductibilité métallique.

SPECTROGRAPHIE DES RAYONS X. — *Raies faibles dans les spectres* K *des éléments* 45 Rh *et* 42 Mo. Note de M. **H. Hulubei** et Mlle **Y. Cauchois**, présentée par M. Jean Perrin.

Les données expérimentales étaient jusqu'ici pratiquement limitées, à partir de l'élément 40 Zr, au schéma simple des raies permises de diagramme.

---

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1330.

Par contre, pour les éléments plus légers, on a observé, en plus, d'autres raies plus faibles. Leur intérêt réside en ce qu'elles sont dues à des mécanismes d'émission correspondant soit à une transition interdite $\Delta l = 2$ (quadrupôles) soit à une émission par des atomes plusieurs fois ionisés.

Ces raies sont beaucoup plus faibles pour les éléments plus lourds. L'insuffisance des moyens expérimentaux rendant leur étude très difficile sinon impossible. Il est de tout intérêt d'aborder leur recherche à l'aide des moyens expérimentaux plus puissants dont on dispose maintenant. Déjà, le spectrographe à deux cristaux et chambre d'ionisation a permis d'entrevoir et de mesurer certaines de ces raies. Dernièrement Carlsson (1) avec une méthode de focalisation indiquée par l'un de nous (2) confirme, pour le 42 Mo et 47 Ag l'existence de deux types de raies nouvelles.

Nous avons fait une première étude du spectre K du Rh à l'aide d'un spectrographe déjà décrit par l'un de nous (3), et avons pu confirmer certains des résultats antérieurs et en apporter de nouveaux. Les raies que nous donnons (voir tableau) ont paru, avec un temps de pose suffisant, dans différents ordres sur tous nos clichés. Nous avons employé successivement deux lames de gypse courbées sous 20cm de rayon, les plans réflecteurs étant 001 et 101. Avec un bon cristal, la finesse des raies est très grande [dans le deuxième ordre, la séparation $\beta_1 - \beta_3$ (0,6 U. X.) est totale, malgré le faible rayon de courbure].

Tableau. — Rh K.

	λ U. X.	ν/R.	
β_4. Nous	533,11	1709,35	$K - N_{IV,V}$ { $K\alpha_1 + L\beta_2 = 1710,02$; $K\alpha_2 + L\gamma_1 = 1709,97$ }
β_5. Nous	540,12	1687,16	{ $K - M_{IV} = K\alpha_1 + L\alpha_2 = 1687,24$; $K - M_V = K\alpha_1 + L\alpha_1 = 1687,57$ }
» Ross (β_4)	539,81	1688,13	
Ross (β_5)	542,87	1678,61	
Nous	542,92	1678,46	
β_{II}. Nous	548,23	1662,20	$K - M_I$ { $K\alpha_1 + Ll = 1663,96$; $K\alpha_2 + L\eta = 1663,99$ }

Valeur adoptée pour R : 109737.

β_4. Non observée jusqu'ici. Elle correspond très probablement au pas-

(1) Carlsson, *Zts. f. Phys.*, 80, 1933, p. 604.

(2) Y. Cauchois, *Journ. de Phys.*, 7e série, 3, 1932, p. 320.

(3) Y. Cauchois, *Journ. de Phys.*, 7e série, 4, 1932, p. 61.

sage interdit $K - N_{IV,V} (\Delta l = 2)$, passage justifié aussi par l'existence d'une raie analogue dans le Mo, Pd, Ag [voir (1)].

Notre mesure fixerait la valeur du niveau $N_{IV,V}$ à

$$N_{IV,V} = K - 1709,35 = 0,25,$$

alors que des spectres d'émission actuellement connus, la valeur de ce niveau a les valeurs négatives inadmissibles

$$N_{IV} = K - (K\alpha_2 + L\gamma_1) = -0,37, \qquad N_V = K - (K\alpha_1 + L\beta_2) = -0,42,$$

β_4 est parfaitement séparée de β_2.

Remarquons, à cette occasion, que la raie $\beta_2 = K - N_{II,III}$ présente sur nos clichés, dans les ordres supérieurs, un léger étalement vers les grandes ondes, ce qui fait pressentir son dédoublement.

β_5. Observée aussi par Ross [1] (double cristal, chambre d'ionisation). Raie interdite ($\Delta l = 2$).

Entre β_5 et β_1, on devine encore plusieurs raies, dont une a pu être mesurée sur tous nos clichés avec une très bonne concordance. Elle semble coïncider avec la raie (β_5), publiée par Ross [2]. Nous attendons des mesures plus précises pour essayer une interprétation.

β_0. Pour des poses suffisamment longues, au delà de 4 heures (10 millis, 50 kv), elle est assez nette pour en donner une première mesure. Son $\nu/R (1662,20)$ est plus petit que $K - M_1 (1664)$. Cet écart nous semble dépasser les erreurs de mesure. Peut-être faudrait-il admettre qu'elle est émise par un atome doublement ionisé, ce qui entraînerait un accroissement du niveau M_1. Déjà Beuthe [3] a observé pour les éléments légers (de 23 V à 32 Ge) une raie (η) qui semble analogue à la nôtre et qui conduit systématiquement à une valeur pour M_1 également plus grande. Nous avons pu trouver la même raie dans le spectre K du Mo après une pose de 6 heures (15 millis, 50 kw) :

	λ U. X.	ν/R.	
β_0	635,65	1433,60	$K - M_1 = K\alpha_2 + L\eta = 1435,84$

Ici encore l'écart est dans le même sens que pour le Rh. Naturellement, nos clichés relatifs au Mo montrent tous les raies interdites β_4 et β_5. De plus,

(1) Ross, *Phys. Rev.*, 39, 1932, p. 536.
(2) Ross, *Phys. Rev.*, 39, 1932, p. 748.
(3) Beuthe, *Zts. f. Phys.*, 60, 1930, p. 603.

nous avons mesuré une raie faible (628,95) qu'il faut sans doute rapprocher de celle indiquée par Ross [1].

D'ailleurs, toutes ces raies avaient déjà été enregistrées par l'un de nous, au cours des poses très longues que nécessitait la recherche de l'absorption partielle.

BIRÉFRINGENCE MAGNÉTIQUE. — *Biréfringence magnétique de quelques sels du cérium en solution aqueuse et non aqueuse*. Note de M. C. **Haenny**, présentée par M. A. Cotton.

La biréfringence magnétique que présentent les terres rares sous la forme de sels d'acides forts en solution aqueuse est une propriété nouvelle d'électrolytes forts. Chinchalkar [2] a voulu l'expliquer dans le cas du nitrate céreux en admettant la dissociation totale, en la considérant comme une propriété purement ionique. J'ai commencé à rechercher comment pouvait varier cette biréfringence du cérium lorsqu'on fait varier la concentration en métal et celle en acide libre. Je me suis occupé de trois sels d'acides forts : les nitrate, chlorure et sulfate céreux dont j'ai préparé des solutions dans l'eau et dans l'alcool.

Les mesures ont été faites dans le champ du gros électro-aimant de l'Académie, à Bellevue, dans les mêmes conditions que précédemment [3], à la température du laboratoire : elle a pu osciller, pendant la période qu'ont duré ces mesures, de 15° à 20°, mais sa valeur moyenne a été de 17° C.

Les solubilités dans l'eau du nitrate et du chlorure céreux ont permis la mesure de ces biréfringences dans des domaines assez étendus de concentration. Dans les deux cas les valeurs obtenues ne sont pas proportionnelles aux concentrations exprimées en grammes de cérium par centimètre cube de solution. Les courbes qui traduisent ces variations sont convexes par rapport à l'axe suivant lequel on porte ces teneurs. Les chlorure et sulfate céreux ont des biréfringences magnétiques du même ordre de grandeur, le nitrate donne lieu, par contre, à des biréfringences plus fortes, dans ces conditions de température tout au moins.

---

(1) *Loc. cit.*

(2) S. W. Chinchalkar, *The Indian Journal of Physics*, 6, 1931, p. 581.

(3) Ch. Haenny, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 219.

J'ai voulu déceler d'une manière certaine et simple l'action d'une addition d'acide nitrique faite à une solution aqueuse de nitrate céreux. Pour cela, j'ai fait évaporer une solution de nitrate céreux, après en avoir noté la biréfringence magnétique, jusqu'à réduire son volume de moitié. Cette solution concentrée a été partagée en deux parts égales, qu'on a diluées en ajoutant également à chacune d'elles exclusivement de l'eau ou de l'acide nitrique concentré, en quantités telles que la somme des volumes des deux solutions soit égale au volume de l'ancienne solution, avant évaporation. Les biréfringences magnétiques de ces deux solutions diffèrent l'une de l'autre de 38 pour 100. Tandis que la première présente la même biréfringence que la solution primitive, la biréfringence de la seconde a diminué de 0°,525. Cet abaissement produit par l'acide nitrique libre ajouté est bien supérieur à celui qui ne correspondrait qu'à un effet soustractif simple dû à la biréfringence magnétique de l'acide, biréfringence de signe opposé à celle du sel étudié. L'état d'oxydation du cérium n'a pas changé au cours de ces manipulations, et l'on ne saurait par là, pas plus qu'en invoquant des variations de température inférieures à 0°,2 C., expliquer la différence observée. La biréfringence magnétique d'une solution saline peut donc, comme d'autres propriétés d'électrolytes, être modifiée notablement par la présence d'un excès de l'acide qui forme le sel.

Les solutions dans l'alcool éthylique du nitrate et du chlorure céreux sont également douées d'une forte biréfringence magnétique. Le premier de ces deux sels n'étant pas anhydre, les solutions étudiées contenaient quelques pour-cent d'eau.

Si l'on oxyde du nitrate céreux dont la solution aqueuse fortement nitrique présente une biréfringence magnétique notable, la solution de nitrate cérique ainsi obtenue n'a plus qu'une biréfringence magnétique extrêmement faible. Le moment magnétique des sels cériques étant également beaucoup plus petit que celui des sels céreux, l'existence d'une forte biréfringence magnétique paraît être liée, dans ce cas, à la grandeur du moment. Ainsi, *pour le cérium*, la biréfringence magnétique et le paramagnétisme résulteraient essentiellement de la présence de l'électron que l'oxydation détache de l'ion céreux.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la diffusion des électrons par les atomes.* Note de M. **Jacques Winter**, présentée par M. M. de Broglie.

On considère une onde de de Broglie $e^{-ikr\cos\theta}$ se propageant dans la direction $\theta = 0$ et l'on cherche l'influence sur cette onde d'une sphère de potentiel S_0 (rayon r_0), où le potentiel a la symétrie sphérique [1].

On peut décomposer l'onde plane par la formule de Rayleigh,

$$e^{-ikr\cos\theta} = \sum_n (-i)^n \sqrt{\frac{\pi}{2kr}}(2n+1) J_{n+\frac{1}{2}}(kr) P_n(\cos\theta)$$

et faire la remarque suivante : Soit une fonction de la forme

$$\Psi = \sum_n \frac{1}{\sqrt{r}} \left\{ a_n H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(kr) + b_n H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kr) \right\} P_n(\cos\theta)$$

$\left(H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}, H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}\right.$ fonctions de Hankel$\left.\right)$. Le flux total, traversant une sphère S, de centre O et de rayon infiniment grand a pour valeur

$$\iint_S \frac{eh}{4\pi i m}\left(\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial n} - \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial n}\right) ds = \frac{4eh}{m\pi} \sum_n \left\{ |b_n|^2 - |a_n|^2 \right\}.$$

Chaque fonction de Hankel $H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}$ de l'onde plane incidente, qui correspond à un certain flux convergent n'est donc pas modifiée par la présence de la sphère de potentiel. Ce flux devra également se retrouver dans l'expression de la fonction d'onde cherchée sous forme de flux divergent. En effet, il ne peut y avoir ni émission, ni absorption de flux au centre, puisque la fonction d'onde correspondant à la zone sphérique intérieure y est régulière et les conditions de continuité sur la sphère S_0 (Ψ et $\partial\Psi/\partial n$ continus) reviennent précisément à exprimer la continuité du flux.

Donc le seul effet possible de la sphère de potentiel sera de déphaser les coefficients des fonctions $H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}$ par rapport à ceux des fonctions $H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}$ dans l'expression de l'onde plane $[J_n = 1/2(H^{(1)}_n + H^{(2)}_n)]$. Ce résultat a déjà été obtenu par le calcul.

---

(1) Allis et Morse, *Zeitschrift für Physik*, 70, 1931, p. 567; Condon, *Review of Modern Physics*, 3, 1931, p. 43; Morse, *Review of Modern Physics*, 4, 1932, p. 577; L. de Broglie, *Annales de l'Institut Poincaré*, 3, 1933, p. 349.

Étudions maintenant la répartition du flux sur la sphère S.

Nous pouvons, pour simplifier, faire l'hypothèse suivante : le rapport r_0/λ [1] est assez petit pour que l'on puisse négliger l'ensemble de tous les déphasages δ_n par rapport à δ_0.

1° *Flux non perturbé traversant une couronne* $(\theta, \theta + d\theta)$. — Son expression est, en négligeant le facteur $eh/4mk^2$,

$$\Phi = \left\{ \sum_n \sum_{n'} a_n a_{n'}^{\star} e^{-i(\chi_n - \chi_{n'})} P_n(\cos\theta) P_{n'}(\cos\theta) - \sum_n \sum_{n'} a_n a_{n'}^{\star} e^{-i(\chi_n - \chi_{n'})} P_n(\cos\theta) P_{n'}(\cos\theta) \right\} \sin\theta \, d\theta \tag{1}$$

avec

$$a_n = (-i)^n (2n+1), \quad \chi_n = Kr - \left(\frac{n+1}{2}\right)\pi,$$

d'où

$$\Phi = \left\{ \sum_n \sum_{n'} (2n+1)(2n'+1) P_n(\cos\theta) P_{n'}(\cos\theta) - \sum_n \sum_{n'} (-1)^{n+n'} (2n+1)(2n'+1) P_n(\cos\theta) P_{n'}(\cos\theta) \right\} \sin\theta \, d\theta.$$

2° *Introduction du déphasage* δ_0. — Il n'agira que sur les flux provenant des $H^{(2)}$ et sur les facteurs où un seul des deux indices n ou n' sera égal à o. Son effet sera toujours de multiplier le terme en question par $\cos\delta_0$. Le flux supplémentaire sortant produit par l'action de la sphère de potentiel vaudra donc (θ variant de θ_1 à θ_2)

$$2(\cos\delta_0 - 1) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos\theta) \sin\theta \, d\theta = 2(\cos\delta_0 - 1) I_{\theta_1}^{\theta_2}.$$

Or on a (propriétés connues des polynomes P) :

1° $P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x) = (2n+1) P_n(x)$;

2° $P_n(1) = 1, \quad P_n(-1) = (-1)^n$, quel que soit n;

3° $P_n(x) \to 0$ si $n \to \infty$ pour $-1 < x < 1$.

Ceci résulte de l'équation de normalisation

$$\int_{-1}^{+1} P_n^2(x) \, dx = \frac{2}{2n+1}.$$

---

[1] λ longueur d'onde des électrons incidents.

D'où

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} I_{\theta_1}^{\theta_2} = \cos\theta_2 - \cos\theta_1 & \text{si } \theta_1 \neq 0, \\ I_0^{\theta_2} = \cos\theta_2 + 1. \end{cases}$$

Conclusion. — Le'ffet de la sphère de potentiel sera donc de superposer du flux incident :

1° Un flux divergent isotrope, d'intensité proportionnelle à $(1 - \cos\delta_0)$.

2° Un contre-flux, opposé au flux incident, dont l'intensité est égale à celle du flux divergent, qui perce la sphère S au point $\theta = 0$, et qui est donc contenu dans un cône d'angle au sommet nul, quoique étant d'intensité finie.

La formule (I) n'est qu'asymptotique, mais les formules (II) sont rigoureuses. On peut donc en conclure que le contre-flux se comportera comme une sorte de flux en aiguille.

L'introduction des déphasages d'ordres supérieurs ne modifiera pas essentiellement ces résultats : L'expression du flux continu en fonction de θ se compliquera ; chaque déphasage δ_n augmentera l'intensité du flux en aiguille de $2(2n+1)(1-\cos\delta_n)$.

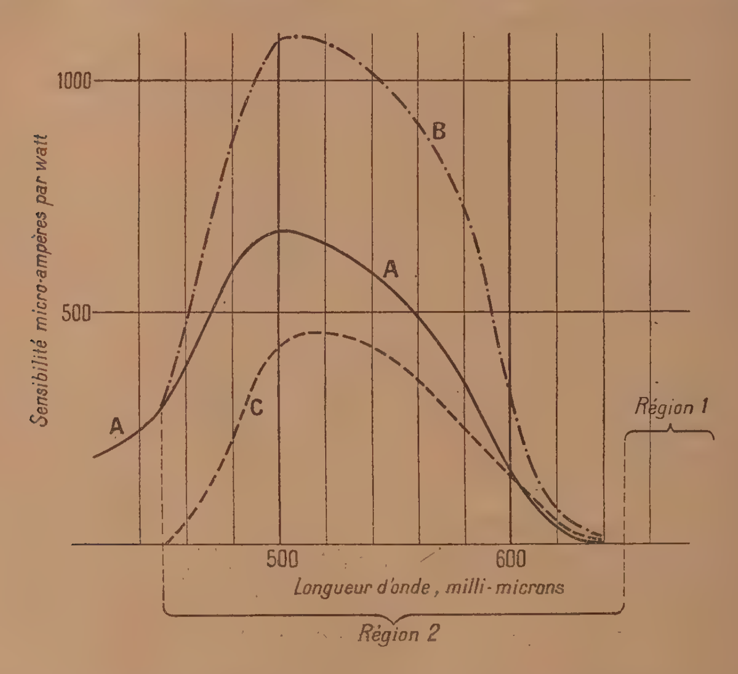
PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Effet non additif de radiations différentes sur les piles à l'oxyde de cuivre.* Note de M. **Charles Lapicque**, présentée par M. Jean Perrin.

1. J'ai étudié antérieurement, avec P. Auger, la sensibilité des piles photoélectriques au protoxyde de cuivre [1]. La sensibilité, définie comme le rapport du courant que provoque une radiation monochromatique, à la puissance de cette radiation, est représentée en fonction de la longueur d'onde par la courbe A, pour une pile-type recouverte d'une mince couche d'or par pulvérisation cathodique. Poursuivant l'étude optique de ces piles j'ai cherché à prévoir, connaissant la courbe A, le courant qui serait fourni par un rayonnement complexe connu en supposant l'addition pure et simple des effets des diverses radiations le composant. Or des vérifications précises ont pu être faites sur des rayonnements de lampes à incandescence, et ont montré qu'il n'est pas possible de prévoir ainsi le courant obtenu.

[1] P. Auger et Ch. Lapicque, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 319.

Particulièrement, bien que la sensibilité monochromatique soit toujours très faible pour les longueurs d'onde supérieures à 650$^{m\mu}$ (elle n'est pas figurable sur le graphique), il n'est pas possible de négliger l'action de la partie d'un rayonnement complexe formée de telles longueurs d'onde.

2. Cherchant la cause de cette anomalie, j'ai constaté que si une radiation L_1 de longueur d'onde supérieure à 650$^{m\mu}$, produit, agissant seule, un courant i_1 ; et une radiation L_2, de longueur d'onde comprise entre 450 et 650$^{m\mu}$, agissant seule, un courant i_2, les deux radiations agissant ensemble produisent un courant plus grand que $i_1 + i_2$. Il n'y a pas addition simple



des effets de ces deux radiations, il existe un effet supplémentaire positif. Le courant i_1 peut être négatif ([1]), il y a néanmoins effet supplémentaire positif par rapport à la valeur algébrique de $i_1 + i_2$. Enfin, par superposition sur la pile de deux radiations autres qu'une de la région 1 et une de la région 2, il n'a pas été observé d'effet supplémentaire.

3. La sensibilité à une radiation L_2 de la région 2 peut être considérée

([1]) En raison d'un effet photoélectrique inverse qui se produit dans cette région du spectre : voir la Note déjà citée.

comme accrue par la présence d'une radiation L_1 de la région 1. La sensibilité à une radiation L_2 de puissance W_2, en présence d'une radiation L_1 qui seule fournirait un courant i_1, peut alors être mesurée par le rapport $i - i_1/W_2$ si i est le courant total observé. La courbe B représente une telle sensibilité, accrue par l'action d'un rayonnement L_1 de puissance répartie à peu près uniformément entre 650 et environ $2500^{m\mu}$ (1). Dans ces expériences, la surface de la pile a été éclairée entièrement et uniformément par chacune des radiations L_1 et L_2.

4. La courbe C représente la sensibilité supplémentaire $i - (i_1 + i_2)/W_2$. Cette sensibilité supplémentaire varie beaucoup d'importance d'une pile à l'autre, mais non de forme ni d'emplacement dans le spectre.

Particulièrement, elle débute de façon nette vers $450^{m\mu}$, à l'endroit où la courbe de sensibilité ordinaire A présente toujours un coude semblant indiquer la superposition de deux effets photoélectriques, l'un général, l'autre plus sélectif. Ce dédoublement paraît ainsi confirmé : l'effet le plus sélectif serait amplifié par la présence de la radiation L_1 et l'autre pas. Enfin le caractère nettement sélectif de cette sensibilité supplémentaire ne permet pas de l'attribuer à une simple variation de résistance intérieure de la pile.

EFFET PHOTOÉLECTRIQUE. — *Effet photoélectrique dans les monocristaux de cuprite.* Note (2) de M. **R. Deaglio**, présentée par M. A. Cotton.

Sur l'effet photoélectrique intérieur (Kristallphotoeffekt de Dember) (3) dans les cristaux de cuprite, j'ai exécuté les expériences suivantes, dans le but de fixer la nature du phénomène.

1. Une cellule photoélectrique est obtenue par une lame du monocristal de cuprite (cristaux de Chessy) en formant sur les surfaces $A_1 A_1$, $A_2 A_2$ de cette lame, par évaporation dans le vide, des films métalliques d'or. Il suffit d'insérer la cellule dans un circuit avec un galvanomètre (*fig.* 1) pour observer très simplement l'effet Dember.

---

(1) La puissance de L_1 a été de 3,5 watts, environ 1000 fois celle de chacune des bandes monochromatiques L_2 : on avait alors des courants i_1 et i_2 de même ordre de grandeur.

(2) Séance du 24 avril 1933.

(3) H. Dember, *Phys. Zeits.*, 32, 1931, p. 554; et 33, 1932, p. 207.

La cellule illuminée soit dans le sens $X_1 X_2$, soit dans le sens $Y_1 Y_2$, donne un courant qui dans le circuit extérieur va du côté éclairé au côté sombre; c'est-à-dire qu'il y a un mouvement d'électrons dans l'intérieur du cristal dans le sens de la propagation de la lumière. On obtient des courants de l'ordre de 10^{-7} ampère pour la lumière concentrée d'une lampe de 25 bougies. J'indique, sans entrer dans les détails, que les conditions de l'expérience ont été choisies de telle façon que l'on doit exclure que le courant observé soit d'origine thermoélectrique, ou qu'il s'agisse de phénomènes photoélectriques de « Sperrschicht » à la surface ou dans l'intérieur du cristal.

2. Un monocristal de cuprite travaillé en forme de parallélépipède, doré sur les surfaces $A_1 A_1$, $A_2 A_2$ (*fig.* 2), est éclairé dans la région cen-

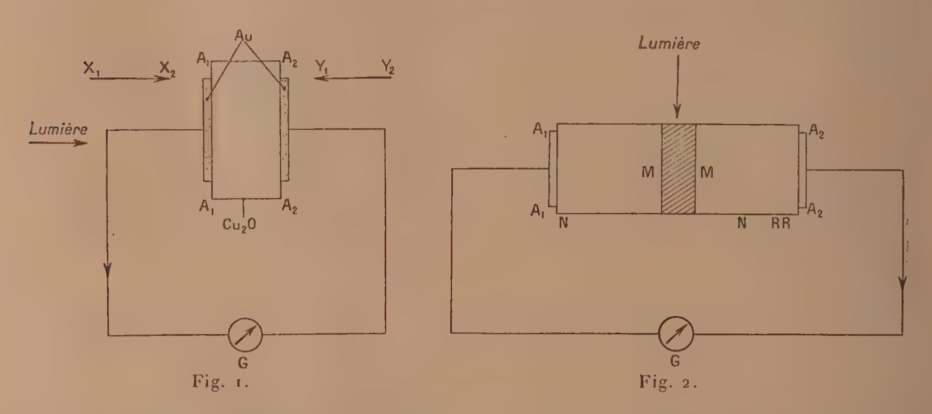


Fig. 1.

Fig. 2.

trale MM avec un faisceau de lumière parallèle aux deux surfaces dorées. Dans ces conditions de symétrie apparente, la cellule donne encore un courant; ce courant a une intensité dépendant de la région MM éclairée, et l'on peut obtenir des valeurs du courant qui ne diffèrent pas beaucoup de la valeur du courant que la même cellule donne par éclairage longitudinal (*fig.* 1). Le courant garde un sens constant lorsque la lumière balaie une grande région NN du cristal, et c'est seulement lorsqu'on éclaire la partie RR du cristal au voisinage de $A_2 A_2$ que le courant change de sens. Le sens du courant, lorsque le pinceau de lumière est dans la région RR, est indiqué dans la figure 2.

Ces résultats permettent avant tout de conclure que la cuprite éclairée n'est pas complètement homogène, même si dans l'expérience de la figure 1 on observe un effet Dember pratiquement symétrique.

Mais l'existence du courant photoélectrique par l'éclairage transversal enlève toute valeur aux explications électroniques proposées par Dember.

On est plutôt conduit à admettre que la cuprite éclairée acquiert une conductivité qui, du moins en partie, a un caractère électrolytique.

3. L'expérience suivante a pour but de mettre en évidence l'existence de l'électrolyse dans la cuprite éclairée. La cellule 1 (*fig.* 3), formée et

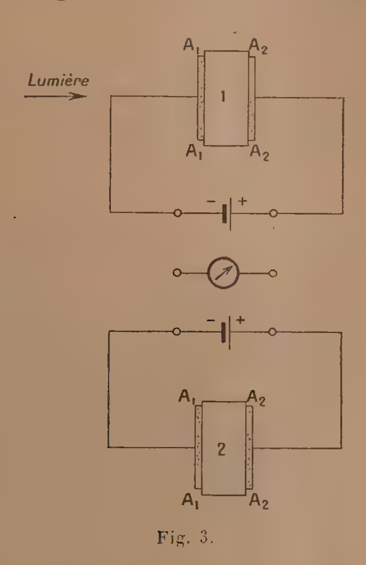


Fig. 3.

éclairée comme dans l'expérience de la figure 1, est parcourue par un courant de l'ordre de 2.10^{-6} ampère fourni par la source E. S'il y a électrolyse, on pourra s'attendre à un dépôt d'ions métalliques (de cuivre) sur la cathode $A_1 A_1$; l'épaisseur métallique de l'électrode $A_1 A_1$ devra augmenter et l'effet photoélectrique diminuer avec le temps.

L'expérience a complètement confirmé cette prévision : la cellule 1 éclairée en permanence et parcourue par le courant a donné un effet photoélectrique qui s'est réduit asymptotiquement à zéro. Au bout de deux jours l'effet n'était plus que le tiers de l'effet initial, au bout de six jours il en était seulement la dixième partie. La cellule 2 parcourue par un courant de même densité mais gardée dans l'obscurité n'a présenté au bout des mêmes périodes de temps aucune diminution de l'effet photoélectrique.

Les résultats sont d'une telle netteté qu'ils confirment l'hypothèse d'après laquelle l'effet photoélectrique trouvé par Dember serait tout simplement une conséquence de la propriété de la cuprite d'acquérir une conductivité électrolytique lorsqu'elle est éclairée.

PHOSPHORESCENCE. — *Liaison entre les deux méthodes générales de préparation du sulfure de zinc phosphorescent.* Note de M. **R. Coustal**, présentée par M. J. Perrin.

On sait que les différents procédés de préparation du sulfure de zinc phosphorescent se ramènent à deux types.

1° L'ancienne méthode de cuisson au four.

2° La nouvelle méthode par explosion.

Dans la première méthode, on chauffe à l'abri de l'oxygène et à une température de l'ordre de 1200° un sulfure de zinc pur obtenu par voie humide et auquel on a incorporé une trace d'un sel alcalin à titre de fondant et une faible trace d'un sel de cuivre ou de manganèse à titre de phosphorogène.

Dans la deuxième méthode, on utilise la réaction explosive directe de zinc et de soufre en poudres impalpables et spectroscopiquement purs avec, facultativement, adjonction d'anhydride borique à titre de fondant, mais sans qu'aucune trace de phosphorogène ne soit nécessaire. La température de la réaction dépasse 3000°, et c'est sans doute la raison pour laquelle le phosphorogène devient inutile.

J'ai montré, en effet, dans ma Thèse de doctorat (1931), qu'à mesure que la température de préparation augmente, l'optimum de concentration en phosphorogène diminue.

J'ai réussi dernièrement à combler la lacune qui subsistait entre les deux méthodes de préparation, en réalisant la fusion du sulfure de zinc sous une pression de 160^{kg} d'azote et à une température de 2000° environ.

J'ai utilisé pour cela un four spécialement construit par M. Culmann.

J'ai obtenu par ce moyen un sulfure de zinc phosphorescent avec un optimum de concentration en phosphorogène cuivre d'environ 10^{-5}.

En l'absence d'adjonction délibérée de cuivre, le sulfure avait encore une faible phosphorescence, mais les conditions de l'expérience excluaient la certitude d'une pureté rigoureuse. Si l'on rapproche cet optimum de ceux que j'avais publiés pour les anciens sulfures, on voit que la loi de diminution de l'optimum lorsque la température augmente est confirmée; on a, en effet :

Pour une préparation à 800°, un optimum de 10^{-4}; 1200°, un optimum

de 7.10^{-5}; 1400°, un optimum de 3.10^{-5}; 2000°, un optimum de 10^{-5}; 3000°, un optimum de o.

L'étude du nouveau sulfure, aux points de vue de sa structure cristalline et de ses propriétés phosphorescentes est en cours.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur une nouvelle méthode de prise de photographies aériennes dans les climats tropicaux.* Note de M. **Poidebard**, présentée par M. Georges Perrier.

Au cours de nombreuses reconnaissances aériennes effectuées en Syrie, depuis 1925, en vue de recherches géologiques, archéologiques et hydrologiques, j'ai rencontré, dans les heures médianes de la saison chaude, les plus grandes difficultés pour obtenir de bons clichés panoramiques non voilés, et même pour distinguer des détails du terrain (pistes, routes anciennes, puits, etc.).

Aux heures favorables pour ces reconnaissances, la lumière éblouissante réfléchie par le sol (steppe calcaire à végétation desséchée, épanchements volcaniques et pierres basaltiques, entremêlés de marne blanche et de sable dans les bas-fonds) est encore renforcée par la *brume de sable* qui suit toujours, dans ces climats, les jours de vent plus ou moins violent.

Cette brume de sable se présente, sous l'éclairement brutal du soleil, comme une atmosphère brillante à travers laquelle les détails du sol s'estompent pendant que les teintes générales s'adoucissent, tournant au mauve, les ombres au bleu azuré.

De plus, au voisinage des oasis et des régions cultivées qui bordent le désert, l'effet de cette brume de sable est souvent modifié par une *brume d'humidité* qui contribue à empâter l'atmosphère. Mais, alors que la brume de sable agit sur l'émulsion photographique comme un violent réflecteur de la lumière solaire qui contribue surtout à voiler les clichés, la brume d'humidité, au contraire, absorbe, diffuse et transmet sélectivement les diverses radiations.

Après avoir étudié d'une façon systématique l'influence de ces diverses difficultés et leurs causes, j'ai été conduit à orienter la reconnaissance aérienne à l'inverse de ce qui se fait en général, c'est-à-dire à observer ou à photographier à basse altitude, et surtout *à contre-jour*.

Déjà, avec le concours des excellents pilotes du 39e Régiment d'Aviation,

j'avais réussi, depuis 1929, à effectuer de fructueuses observations visuelles, l'avion volant face au soleil et assez bas (80 à 200^{m}), l'observateur étudiant le terrain au-dessous du plan inférieur de l'avion, légèrement à droite ou à gauche de l'axe de vol : c'est ainsi qu'on a pu retrouver, en juillet 1932, les traces d'une ancienne route romaine restée jusqu'à présent invisible et qui purent être observées à contre-jour sur une longueur de 60^{km} environ.

Pendant l'été 1932, j'ai entrepris l'application du procédé à la photographie aérienne panoramique.

Les sites à photographier furent choisis d'avance sur des terrains connus pour leur réverbération particulièrement brutale. Les essais furent effectués avec des plaques orthochromatiques ordinaires antihalo, sans écran jaune à l'objectif, l'emploi d'un écran étant toujours très délicat dans ces éclairements variables, et en utilisant un appareil photographique réglementaire 13×18 Demaria-Lapierre, focale 26^{cm}, objectif diaphragmé à $f/16$, vitesse maxima de l'obturateur de plaque, avec un demi-centimètre de fente au rideau.

Plusieurs groupes de photographies furent pris dans des directions différentes par rapport à l'azimut du soleil, mais toujours en maintenant l'altitude de vol entre 80 et 200^{m}.

Les résultats de ces premières expériences ont été tout à fait concluants : alors que des clichés pris le dos au soleil sont nettement voilés, les photographies prises à contre-jour portent encore la trace d'une légère surexposition due, vraisemblablement, à ce qu'on n'a pas suffisamment diaphragmé l'objectif; mais il n'y a plus aucune trace de voile, et toutes les plaques donnent de bonnes épreuves au tirage sur papier contraste, la plupart ayant l'apparence de clichés pris avec un éclairage normal et faible soleil.

Cette nouvelle méthode de reconnaissance en climat tropical, ainsi établie à la suite de patientes recherches effectuées grâce au concours des officiers du 39e Régiment d'Aviation, fera l'objet de prochaines expériences systématiques, en utilisant concurremment des plaques orthochromatiques ordinaires et des plaques spéciales (notamment plaques sensibles à l'infrarouge).

Le programme de ces essais définitifs est actuellement étudié par le Service de la Photographie aérienne du Ministère de l'Air, qui a récemment attiré l'attention des divers utilisateurs (Aviation militaire et Services coloniaux) sur l'intérêt de ces reconnaissances panoramiques à basse altitude et à contre-jour, tant pour l'étude des anciennes organisations romaines de

nos Colonies tropicales que pour l'exécution des missions purement militaires et pour les recherches hydrologiques destinées aux améliorations agricoles dans les terrains désertiques.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la répartition du radium dans la précipitation fractionnée du chlorure de baryum radifère.* Note de Mme **Branca Edmée Marques**, présentée par M. Jean Perrin.

Depuis que Mme P. Curie a introduit la méthode de cristallisation fractionnée pour l'enrichissement graduel des mélanges de sels de Ba-Ra du même anion, plusieurs auteurs ont cherché à établir des lois applicables à la distribution du radium entre la phase solide et liquide, dans le cas de fractionnement par cristallisation ou par précipitation. Les recherches faites par voies différentes ont conduit à des conclusions qui ne sont pas toujours concordantes.

Le but de ce travail est d'étudier le fractionnement par la précipitation du chlorure de baryum radifère, par l'acide chlorhydrique pur et concentré.

La méthode consiste à précipiter des quantités successivement croissantes de chlorure de baryum radifère à l'état de poudre cristalline très fine, en partant de solutions de concentration initiale connue en baryum et en radium. On détermine ensuite, avec une grande précision, les quantités de baryum et de radium qui se trouvent dans la phase solide cristalline et dans la phase liquide. Cette méthode de précipitation présente l'avantage de permettre l'étude du phénomène dans de plus larges limites que certaines autres méthodes. On a pu ainsi précipiter facilement jusqu'à 92,67 pour 100 de baryum et 98,65 pour 100 de radium.

Expériences. — Dans toute une série d'expériences, la concentration de baryum et celle de radium ont été maintenues constantes, en partant toujours du même poids de carbonate de baryum radifère qui avait été préparé par une méthode spéciale [1] pour que le radium soit réparti dans le sel d'une manière uniforme. Tous les dosages de radium ont été faits par la méthode de l'émanation dégagée [2], et les mesures de l'ionisation produite par celle-ci ont été faites par le procédé électrométrique de compensation par le quartz piézo-électrique. Le poids de chlorure de baryum qui est

(1) Yovanovitch et Mlle Chamié, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 266.
(2) Mme P. Curie, *Traité de Radioactivité*, 1, 1910, p. 283.

resté dans les deux phases a été déterminé à l'état anhydre. La précaution a été prise d'opérer toujours dans un thermostat à température constante, 20° ± 0,2.

Résultats. — Les résultats sont réunis dans les tables, où K_e, K_f et λ ont respectivement la signification suivante :

$$K_e = \frac{\text{Ra }\%}{\text{Ba }\%} \text{ dans les cristaux,} \qquad K_f = \frac{\dfrac{\text{Ra }\%}{\text{Ba }\%} \text{ dans les cristaux}}{\dfrac{\text{Ra }\%}{\text{Ba }\%} \text{ dans la solution}} \quad (^1),$$

$$\lambda = \frac{\log \dfrac{\text{Ra sol. avant la précipitation}}{\text{Ra sol. après la précipitation}}}{\log \dfrac{\text{Ba sol. avant la précipitation}}{\text{Ba sol. après la précipitation}}} \quad (^2).$$

Les expériences du Tableau II diffèrent de celles du Tableau I par le seul fait qu'elles ont été faites sur des solutions plus diluées en baryum et en radium, mais le rapport entre les quantités de ces éléments est resté le même. Dans les expériences du Tableau III, ce rapport a changé parce que la teneur en radium du chlorure de baryum de ces solutions ne faisait que 1/10e de celle des expériences précédentes.

TABLEAU I.

Ba pour 100 dans les cristaux.	Ra pour 100 dans les cristaux.	K_e.	K_f.	λ.
6,28	20,26	3,23	3,78	3,48
7,26	22,22	3,06	3,65	3,34
8,43	26,00	3,08	3,82	3,42
10,92	31,91	2,92	4,25	3,51
12,86	37,56	2,92	4,08	3,43
19,84	52,96	2,67	4,56	3,41
26,85	59,88	2,23	4,06	2,92
30,24	66,13	2,19	4,51	3,00
44,01	79,66	1,81	4,98	2,75
53,97	84,25	1,56	4,56	2,38
61,48	88,91	1,45	5,04	2,31
72,30	92,56	1,28	4,78	2,02
85,63	96,76	1,13	5,01	1,77
92,67	98,65	1,06	5,78	1,65

(1) HENDERSON et KRACEK, *J. Amer. Chem. Soc.*, 49, 1927, p. 738.

(2) DOERNER et HOSKINS, *J. Amer. Chem. Soc.*, 47, 1925, p. 662.

TABLEAU II.

Ba pour 100 dans les cristaux.	Ra pour 100 dans les cristaux.	K_e.	K_f.	λ.
16,87	47,41	2,81	4,45	3,47
19,98	53,16	2,66	4,55	3,41
44,99	80,62	1,79	5,09	2,75
55,83	86,14	1,54	4,91	2,41
75,21	94,01	1,24	5,16	2,01
91,70	98,35	1,07	5,47	1,65

TABLEAU III.

Ba pour 100 dans les cristaux.	Ra pour 100 dans les cristaux.	K_e.	K_f.	λ.
32,48	67,10	2,07	4,26	2,83
45,32	80,50	1,78	4,99	2,70
54,61	84,64	1,55	4,58	2,68

Les tables mettent en évidence les faits suivants : 1° le coefficient d'enrichissement K_e diminue quand on fait précipiter des quantités croissantes de chlorure de baryum ; 2° les valeurs trouvées pour K_f et λ, dans cette méthode de travail, ne sont pas constantes ; elles varient un peu avec la teneur en baryum de la phase solide. Les tables montrent que K_f croît tandis que λ décroît quand la teneur en baryum de la phase solide augmente ; 3° les Tables II et III indiquent que la concentration de la solution n'a aucune influence sur la valeur de K_e, K_f et de λ.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le système sulfate d'ammoniac, acide sulfurique, eau.* Note (¹) de MM. **P. Locuty** et **P. Laffitte**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Ce système a été étudié à 30° par van Dorp (²) et à 25° par J. d'Ans (³). Le premier de ces auteurs a caractérisé les sels doubles suivants : $[SO^4(NH^4)^2, SO^4H^2] = S_{1-1}$ et $[3SO^4(NH^4)^2, SO^4H^2] = S_{3-1}$. A 25° d'Ans signale en outre $[SO^4(NH^4)^2, 3SO^4H^2] = S_{1-3}$ et, dans la région

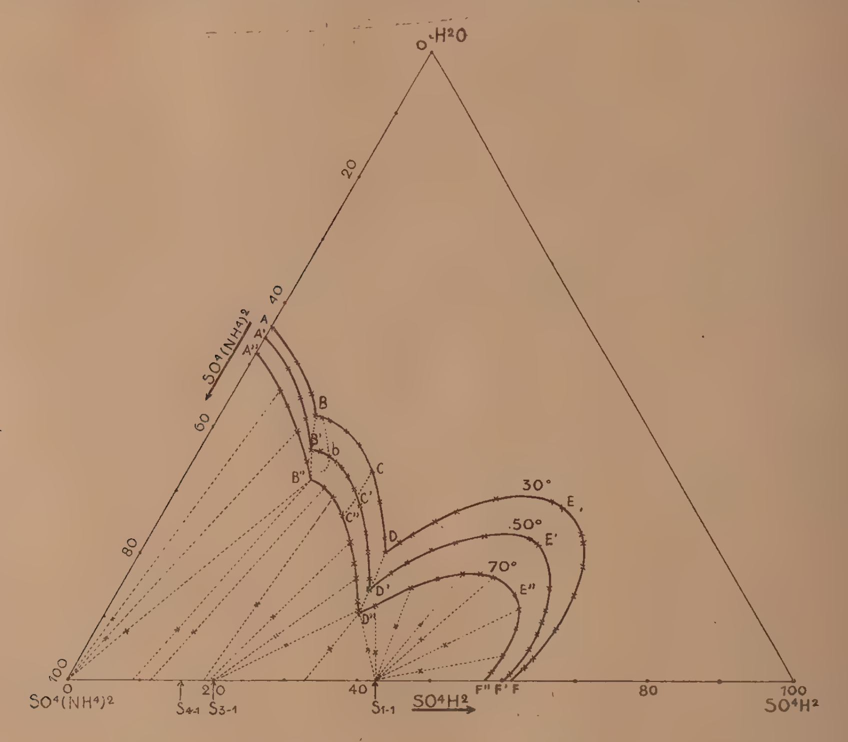
(¹) Séance du 24 avril 1933.
(²) G. van Dorp, *Zeit. phys. Chem.*, 73, 1910, p. 284.
(³) J. d'Ans, *Zeit. anorg. Chem.*, 80, 1913, p. 235.

des oléums [SO^4NH^4H, SO^3]. D'autre part l'étude du binaire $SO^4H^2-NH^3$ a fourni à Kendall et Landon [1] les sels S_{4-3}, S_{1-1} et un sel auquel ils attribuent la formule [$2SO^4(NH^4)^2, SO^4H^2$] suivie du signe ?, et qui est sans doute le sel S_{3-1} de van Dorp et d'Ans.

Nous nous sommes proposé d'étudier le ternaire

$$SO^4(NH^4)^2 - SO^4H^2 - H^2O$$

aux températures supérieures à 30° (domaine intéressant au point de vue de la fabrication du sulfate d'ammoniac). Les résultats obtenus à



50 et 70° ne nous semblant pas bien cadrer avec ceux de van Dorp à 30° nous avons également repris la détermination de cette dernière isotherme, d'autant plus que le nombre de points donnés par l'auteur précédent nous a semblé insuffisant pour déterminer la courbe avec précision. Le mélange était agité à l'intérieur d'un flacon plongé dans un thermostat (température

---

(1) Kendall et Landon, *J. Amer. Chem. Soc.*, 42, 1929, p. 2131.

constante à 0°,05 près). L'équilibre s'établissant assez lentement les prélèvements étaient effectués tous les 8 jours. On analysait alors d'une part la solution, et d'autre part les cristaux imprégnés de phase liquide. On en déduisait, par la méthode classique de Schreinemakers, la composition de la phase solide en équilibre avec la solution.

Nous avons ainsi mis en évidence les espèces définies suivantes : $SO^4(NH^4)^2$ et sels acides S_{1-1}, S_{3-1} et $[4SO^4(NH^4)^2, SO^4H^2] = S_{4-1}$, ce dernier n'ayant jamais encore été signalé.

Isotherme 30°. — Nos concentrations en $SO^4(NH^4)^2$ sont supérieures de 1,5 pour 100 en moyenne à celles indiquées par van Dorp, lequel ne devait probablement pas atteindre l'équilibre. De A à B il y a dépôt de $SO^4(NH^4)^2$; de B à C cristaux mixtes entre les sels S_{4-1} et S_{3-1} (les droites joignant les points *solutions* aux points *restes* correspondants s'étagent toutes entre les points figuratifs de ces deux sels doubles, la droite la plus proche de B allant exactement au sel S_{4-1} et celle correspondant à C au sel S_{3-1}), alors que van Dorp signale des cristaux mixtes entre $SO^4(NH^4)^2$ et S_{3-1} pour un point situé légèrement à droite de B. (C'est d'ailleurs le seul point qu'il donne entre B et C.) Le long de CD on a dépôt du sel S_{3-1} et suivant DEF dépôt de bisulfate. Malgré des expériences nombreuses au voisinage de F nous n'avons pas retrouvé le sel S_{1-3}. Ceci est très probablement dû à une sursaturation; d'ailleurs Kendall et Landon ont eu un dépôt de bisulfate bien en-dessous de l'eutectique (39° environ) entre le bisulfate et S_{1-3}.

Isotherme 50°. — De A′ à B′ il y a dépôt de $SO^4(NH^4)^2$; de B′ à *b* dépôt du sel S_{4-1}; de *b* à C′ cristaux mixtes entre S_{4-1} et S_{3-1}; de C′ à D′ sel S_{3-1}; enfin suivant D′E′F′ dépôt de bisulfate. Entre C′ et D′ il nous est arrivé, pour trois expériences, d'obtenir formation du sel S_{4-1}; une agitation d'un mois n'a pas fait cesser ce faux équilibre.

Isotherme 70°. — De A″ à B″ dépôt de sulfate neutre; de B″ à C″ cristaux mixtes entre le sulfate neutre (au lieu de S_{4-1} comme à 50°) et S_{3-1}; de C″ à D″ dépôt de S_{3-1} et suivant D″E″F″ dépôt de bisulfate.

Voici quelques points caractéristiques des trois isothermes :

	Isotherme 30°.					
	A.	B.	C.	D.	E.	F.
$SO^4(NH^4)^2$ %..........	44,03	44,71	41,48	45,44	17,62	38,5
SO^4H^2 %..............	0	13,11	25,31	33,88	59,27	61,5
H^2O % (par différence).	55,97	42,18	33,21	20,68	23,11	0

	Isotherme 50°.						
	A′.	B′.	*b*.	C′.	D′.	E′.	F′.
$SO^4(NH^4)^2$ %..........	45,79	47,82	46,29	45,51	50,96	24,50	39,5
SO^4H^2 %..............	0	15,25	17,92	24,60	34,35	54,28	60,5
H^2O % (par différence).	54,21	36,93	35,79	29,89	14,69	21,22	0

	Isotherme 70°.					
	A″.	B″.	C″.	D″.	E″.	F″.
$SO^4(NH^4)^2$ %..........	48,08	50,50	49,02	54,97	31,15	40,55
SO^4H^2 %..............	0	17,50	24,62	34,92	55,02	59,45
H^2O %...............	51,92	32,00	26,36	10,81	13,83	0

Un mémoire plus détaillé sera publié dans un autre périodique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le système bromure mercurique, bromure de potassium et alcool éthylique.* Note [1] de Mlle **M. Pernot**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai recherché par la méthode des solubilités à température constante les bromomercurates de potassium qui cristallisent en solution alcoolique.

J'ai opéré à 34° en utilisant successivement l'alcool éthylique absolu et l'alcool à 95°; les résultats obtenus sont résumés dans les diagrammes ci-contre.

a. Le solvant employé est de l'alcool absolu. — Le diagramme 1 indique nettement qu'un seul bromomercurate de potassium cristallise à 34° dans l'alcool absolu et la méthode des restes de Schreinemakers permet de conclure que ce sel renferme une molécule-gramme de bromure mercurique pour une molécule-gramme de bromure de potassium. En outre, il semble bien, d'après le diagramme, que ce sel cristallise avec de l'alcool et réponde à la formule Br^2Hg, BrK, C^2H^6O. Mais il faut observer que les droites qui joignent les points figuratifs de la composition des solutions mères aux points figuratifs de la composition des résidus et qui convergent vers le point Br^2Hg, BrK, C^2H^6O s'éloignent très peu du point Br^2Hg, BrK. La méthode des restes ne permet donc pas de déterminer laquelle de ces deux formules doit être attribuée au sel; il faut recourir à l'analyse directe.

Des cristaux ont été préparés par évaporation partielle des solutions mères; ils sont en aiguilles incolores, transparentes, ayant le même aspect que les cristaux de l'hydrate Br^2Hg, BrK, H^2O; ils sont assez gros pour être essorés convenablement sur du papier Joseph. Je les ai analysés sitôt après l'essorage et les résultats obtenus en opérant sur deux lots différents conduisent aux formules suivantes :

Analyse n° 1.......................... $Br^2Hg.BrK.1,08\ C^2H^6O$
Analyse n° 2.......................... $Br^2Hg.BrK.0,90\ C^2H^6O$

(1) Séance du 3 avril 1933.

La formule qu'il convient d'attribuer au bromomercurate en question est donc bien Br^2Hg, BrK, C^2H^6O.

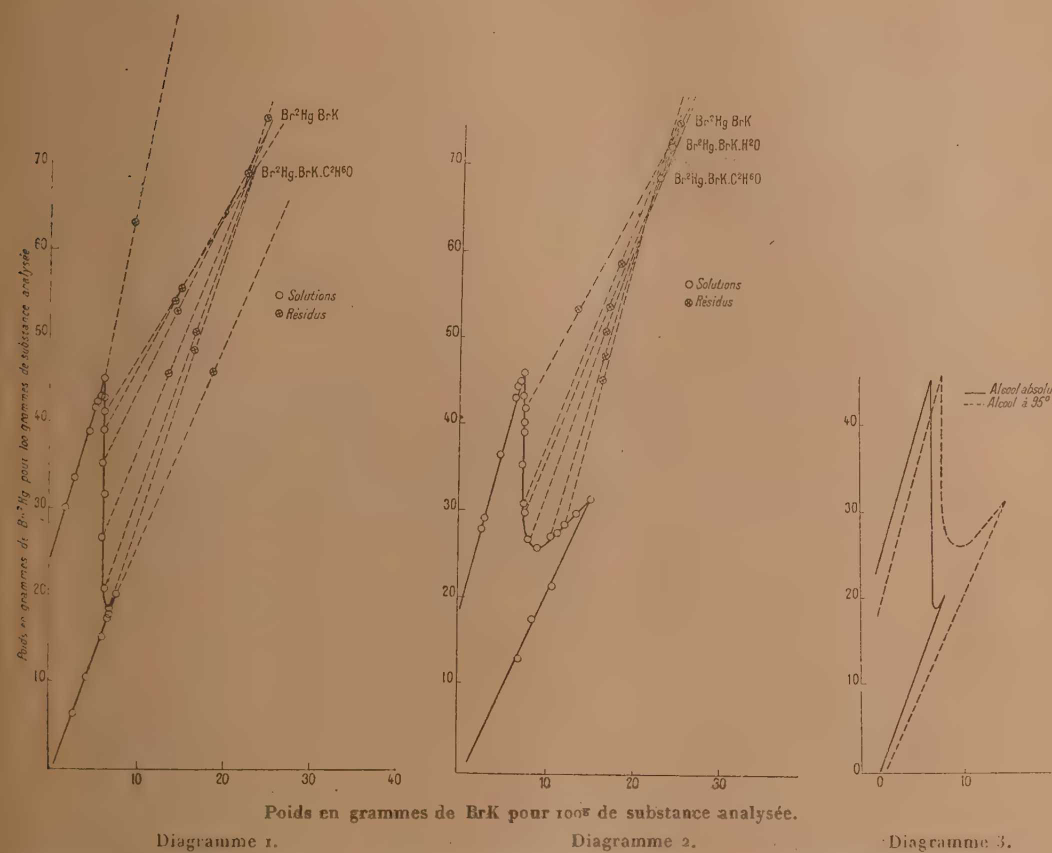


Diagramme 1. Diagramme 2. Diagramme 3.

Diagramme 1. — Système bromure mercurique, bromure de potassium et alcool éthylique absolu. Température : 34°.
Diagramme 2. — Système bromure mercurique, bromure de potassium et alcool éthylique à 95°. Température : 34°.
Diagramme 3. — Système bromure mercurique, bromure de potassium et alcool éthylique. Température : 34°.

Si l'on abandonne à l'air les cristaux de bromomercurate après les avoir essorés, ils perdent du poids, puis atteignent un poids constant. En même temps, ils deviennent opaques, tandis qu'aussitôt après l'essorage ils étaient parfaitement transparents. Ces changements sont dus à ce que le sel placé dans l'air y perd de l'alcool qui est peu à peu remplacé par de l'eau de l'atmosphère. En effet, si l'on analyse les cristaux après qu'ils ont atteint un poids fixe, on constate que le liquide qu'ils abandonnent par chauffage

au début de l'opération n'est pas de l'alcool mais de l'eau. L'analyse indique d'ailleurs que la quantité d'eau reprise par le sel est exactement 1 molécule-gramme pour 1 molécule-gramme de bromure mercurique et 1 molécule-gramme de bromure de potassium.

b. Le solvant employé est l'alcool à 95°. — Le diagramme 2 indique qu'un seul bromomercurate de potassium cristallise à 34° dans l'alcool à 95° et comme précédemment la méthode des restes permet seulement de conclure que ce sel renferme le bromure mercurique et le bromure de potassium en proportions équimoléculaires. Il faut rechercher par l'analyse directe si ce bromomercurate cristallise anhydre ou avec de l'alcool ou avec de l'eau ou avec un mélange d'eau et d'alcool.

Des cristaux ont été préparés par évaporation partielle des solutions mères; ils ont le même aspect que ceux obtenus à partir de l'alcool absolu, mais ils conservent, après essorage, un poids constant et demeurent parfaitement transparents. L'analyse montre que ces cristaux renferment de l'eau et que leur composition est convenablement exprimée par la formule Br^2Hg, BrK, H^2O comme l'indique le tableau suivant dans lequel les teneurs sont exprimées en grammes pour 100^g de cristaux.

Composition centésimale calculée d'après la formule Br^2Hg, BrK, H^2O :

$$Br^2Hg = 72,4; \qquad BrK = 23,9; \qquad H^2O = 3,6.$$

Composition centésimale trouvée par l'analyse :

N° 1.............	$Br^2Hg = 72,6$	$BrK = 23,7$	$H^2O = 3,6$
N° 2.............	$Br^2Hg = 72,5$	$BrK = 23,8$	$H^2O = 3,6$

Il est intéressant d'observer que ces résultats sont tout à fait analogues à ceux obtenus dans les cas des iodomercurates : formation du sel I^2Hg, IK, C^2H^6O quand le solvant employé est l'alcool absolu; formation de l'hydrate Br^2Hg, BrK, H^2O quand le solvant employé est l'alcool à 95° (1).

Remarque. — Le diagramme 3 indique les différences observées entre les solubilités des bromures dans l'alcool absolu et dans l'alcool à 95°.

---

(1) Mlle M. Pernot, *Annales de Chimie*, 10e série, 15, 1931, p. 42-50.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude quantitative de l'action inhibitrice de quelques composés organiques sur le pouvoir fluorescent de l'uranine.* Note [1] de M. **Jean Bouchard**, présentée par M. C. Matignon.

Après avoir étudié l'influence quantitative de divers sels alcalins sur le pouvoir fluorescent de l'uranine en solution aqueuse [2], nous avons envisagé, par la même méthode, l'action exercée par différents composés organiques incolores. La concentration en ions H^+ exerçant une influence importante sur le pouvoir fluorescent, nous avons opéré, dans tous les cas, sur des solutions additionnées de soude de manière à réaliser une concentration décinormale de NaOH. Les résultats obtenus se rapportent donc aux dérivés alcalins des composés introduits lorsque ceux-ci sont susceptibles de réagir sur le soude [3].

A l'aide du fluoromètre de Francis Perrin, nous avons comparé les pouvoirs fluorescents de solutions dans lesquelles on faisait varier la concentration en uranine et celle du composé organique de manière à pouvoir suivre séparément l'influence de la concentration en uranine pour une concentration donnée du composé organique et l'influence de la concentration du composé organique pour une concentration donnée en uranine.

Pour une même concentration du composé organique, à condition toutefois que cette concentration ne soit pas trop considérable, le pouvoir fluorescent est une fonction exponentielle décroissante de la concentration en uranine. Pour une même concentration en uranine, le pouvoir fluorescent est une fonction exponentielle décroissante de la concentration que possède dans le mélange le composé organique. En désignant par Φ_0 le pouvoir fluorescent spécifique maximum rapporté à l'unité de masse de la substance fluorescente, par k et h deux coefficients exponentiels, le pouvoir fluorescent Φ d'un mélange contenant l'uranine sous la concentration c et le composé organique sous la concentration s est fourni par une relation de la forme

$$\Phi = \Phi_0 \, e^{-(kc+hs)}.$$

---

(1) Séance du 24 avril 1933.

(2) J. Bouchard, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 485.

(3) Les solutions alcalines des phénols se colorant en brun au contact de l'air, les mesures concernant ces substances ont été faites rapidement à l'abri de l'air, avec des réactifs préparés à partir d'eau privée d'air par ébullition.

Pour certains des composés étudiés, le coefficient k relatif à la décroissance exponentielle du pouvoir fluorescent du mélange en fonction de la concentration c en uranine est une fonction linéaire décroissante de la concentration s du composé organique ($k = k_0 - \alpha s$), le coefficient h relatif à la décroissance exponentielle du pouvoir fluorescent du mélange en fonction de la concentration s du composé organique étant lui-même une fonction linéaire de la concentration c en uranine ($h = k_0 - \beta s$). Dans ces conditions, l'expression de Φ devient, en désignant par a la somme des coefficients α et β :

$$\Phi = \Phi_0 e^{-(k_0 c + h_0 s - acs)}.$$

Les coefficients h_0 et a permettent donc de caractériser d'une manière précise le pouvoir inhibiteur des différentes substances introduites. Nous avons exprimé les concentrations c en grammes de fluorescéine acide par litre et les concentrations s en grammes par litre du composé organique étudié. Dans ces conditions on a $k_0 = 0,488$. Le tableau suivant donne les valeurs ds h_0 et a pour un certain nombre de composés organiques agissant comme inhibiteurs vis-à-vis de la fluorescence de l'uranine.

Inhibiteur.	h_0.	a.	Inhibiteur.	h_0.	a.
Paraphénylènediamine.	0,302	0	Crésol...............	0,105	0
Paratoluidine	0,214	0	Phénol...............	0,095	0,014
Aniline	0,188	0	Résorcine	0,094	0,016
Acide tannique.........	0,186	0	Pyrogallol...........	0,093	0
Orcine.................	0,139	0	Hydrazine............	0,087	0,026
Pyrocatéchine..........	0,122	0,024	Gaïacol	0,058	0
Hydroquinone	0,111	0	Naphtol..............	0,009	0

Les composés suivants, bien qu'ayant été signalés comme antioxygènes vis-à-vis de certaines réactions, sont caractérisés par des valeurs pratiquement nulles des coefficients h_0 et a : lévulose, saccharose, glucose, maltose, mannite, galactose, mannose, érythrite, glycogène; diphénylamine, naphtylamine, dinaphtylamine, glycocolle; urée, acétamide, oxamide, acétanilide; pyridine. Signalons également que l'addition de faibles quantités des alcools méthylique, éthylique, isoamylique et propylique n'exerce aucune influence inhibitrice.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Oxydation catalytique de l'oxyde de carbone. Évolution du catalyseur.* Note de Mme **L.-S. Mathieu-Lévy**, présentée par M. Delépine.

La composition chimique du catalyseur a une grande influence sur l'oxydation de l'oxyde de carbone par l'oxygène atmosphérique. On a le plus souvent étudié des hopcalites, mélanges d'oxydes métalliques aussi purs que possible. Mais l'examen des détails de préparation montre que ces oxydes *purs* pourraient en réalité avoir adsorbé divers constituants de leur solution mère. Aussi avons-nous projeté d'étudier systématiquement le phénomène d'oxydation en employant comme catalyseurs divers *composés d'adsorption* à support de bioxyde de manganèse.

La préparation de ces corps, ainsi que la méthode employée pour suivre l'activité des catalyseurs ont été exposées à la Société chimique ([1]). Nous rappellerons seulement que cette activité est suivie en mesurant la déviation Δ d'un thermomètre différentiel dont l'un des réservoirs subit une élévation de température sous l'influence de la chaleur de catalyse.

On trouvera ici quelques observations recueillies au cours de l'étude comparée d'une série de catalyseurs.

A. *J'envisagerai tout d'abord l'influence de chauffages successifs sur l'activité des catalyseurs : 1° Mesures relatives à un bioxyde de manganèse dit pur* ([2]). — On a vu qu'il faut en général considérer trois périodes dans la vie d'un catalyseur ([1]) : une première période pendant laquelle il se forme; une période de stabilité pendant laquelle le phénomène est réversible. La courbe $\Delta = f(c)$ est alors rectiligne et a une pente bien définie (c est la concentration en oxyde de carbone à laquelle correspond la déviation Δ). Enfin une période de vieillissement. Le catalyseur fraîchement préparé ([1]), séché sous vide sulfurique, est chauffé 6 heures 30 minutes à 110°. Il fournit, pendant sa période de stabilité, les valeurs consignées dans la première ligne du tableau. Chauffé à nouveau 24 heures à 110°, il est rajeuni et conduit à une nouvelle période de stabilité pour laquelle la droite $\Delta = f(c)$ a une

---

([1]) *Procès-verbaux des séances de la Société chimique de France*, 28 avril 1933.

([2]) Un bioxyde de manganèse dit *pur* est en réalité un pseudo-bioxyde contenant une faible proportion d'oxyde manganeux. Voir M. Geloso, *Ann. de Chim.*, 10e série, **6**, 1926, p. 352.

pente plus forte (ligne II). Un troisième chauffage (4 heures à 220°) donne des résultats analogues (ligne III).

		Débit : 16,6 l./h.								Débit : 10,5 l./h.	
	CO %......	1,01.	2,63.	3,50.	4,30.	4,78.	5,85.	6,33.	6,59.	8,17.	10,1.
Δ.	I........	–	–	3	2,15	–	3	4,5	–	4,75	7
	II........	2,5	4,5	6,25	–	8,25	10	–	10,5	13	16,5
	III.......	–	–	10	–	12,75	–	–	17,5	22	27

2° *Mesures relatives à un bioxyde de manganèse ayant adsorbé du* Mn^{II} *en forte proportion* (1). — Ce catalyseur a présenté, après chaque traitement à l'étuve, une activité chaque fois plus grande :

Aussitôt après traitement	6 heures 30 minutes à 110°....	CO % = 3,5	Δ = 4
» »	24 heures à 110°...............	CO % = 3,5	Δ = 18,5
» »	4 heures à 220°...............	CO % = 0,2	Δ = 55

Mais il n'a, à proprement parler, jamais atteint de période de stabilité. Ce catalyseur paraît donc nettement moins résistant que le précédent.

3° *Mesures relatives à un bioxyde de manganèse ayant adsorbé du fer.* — Ce catalyseur a conduit à peu près aux mêmes remarques que le précédent.

En résumé : aussitôt après traitement à l'étuve, l'activité (au cours de la période de formation) des catalyseurs que l'on vient d'étudier les classes dans l'ordre décroissant que voici : bioxyde ayant adsorbé du Mn^{II}, bioxyde ayant adsorbé du fer, bioxyde *pur*. Mais cet ordre qui semble favorable aux *catalyseurs d'adsorption* ne se maintient plus si l'on envisage la résistance au vieillissement, que présente surtout le bioxyde *pur*. Comme pareille résistance est aussi présentée par des bioxydes ayant adsorbé du cuivre (2), il apparaît que ce n'est pas seulement l'adsorption d'un oxyde qui influe sur l'activité du catalyseur.

B. *Influence du traitement à l'étuve sur le degré oxydimétrique* (3) *des catalyseurs d'adsorption.* — Pour qu'un catalyseur montre une activité suffisante, il faut lui faire subir un traitement prolongé à l'étuve ou dans un milieu oxydant (4), qui entraînerait, dit-on généralement (5), une

(1) L. S. Lévy, *Ann. de Chim.*, 10e série, 15, 1931, p. 85.

(2) *Loc. cit.*, note (1), p. 1319.

(3) Pour la définition et la mesure de cette grandeur, voir M. Geloso, *Ann. de Chim.*, 10e série, 6, 1926. p. 352, et 7, 1927, p. 113.

(4) E. H. Rogers, C. S. Piggot, W. H. Bahlke et J. M. Jennings, *J. Am. Chem. Soc.*, 43, 1921, p. 1973.

(5) J. A. Almquist et W. C. Bray, *J. Am. Chem. Soc.*, 45. 1923, p. 2305; W. H. Hoskins et W. C. Bray, *J. Am. Chem. Soc.*, 48, 1926. p. 1454.

déshydratation. Cette opération provoque en outre un changement du degré oxyimétrique

Bioxyde séché à poids constant sous vide sulfurique..............	$MnO^{1,65}$
Même bioxyde traité 6 heures 30 minutes à l'étuve à 110°........	$MnO^{1,73}$
» 24 heures à l'étuve à 110°..................	$MnO^{1,78}$
» 4 heures à l'étuve à 220°..................	$MnO^{1,79}$

Ce fait est à signaler, en relation avec la théorie des oxydations et réductions alternées du catalyseur. Almquist et Bray [1], ont dit qu'une déshydratation à l'étuve trop prolongée se montre sans avantage sur l'activité du catalyseur. On peut mettre ici en parallèle son degré oxydimétrique qui varie d'abord beaucoup et semble ne plus être influencé par un traitement plus prolongé.

C. *Variation du degré oxydimétrique au cours de la catalyse.* — Nous avons constaté plusieurs fois une réduction du catalyseur. Ainsi, à titre d'exemple : catalyseur ayant adsorbé du cuivre, avant catalyse $MnO^{1,91}$; après catalyse $MnO^{1,79}$.

Le degré oxydimétrique apparaît donc ici comme jouant certainement un grand rôle dans l'activité d'un catalyseur, concurremment à la nature de la substance adsorbée.

MÉTALLURGIE. — *L'évolution des inclusions dans l'élaboration des aciers.* Note de MM. **René Perrin et Albert Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La nature chimique des inclusions dépend des conditions de formation; il convient de faire une distinction entre les inclusions *exogènes* provenant des revêtements et laitiers entraînés mécaniquement par le métal et les inclusions *endogènes* prenant naissance au sein du métal liquide, par suite des réactions entre les impuretés, oxygène et soufre, et les éléments d'addition (Mn, Si, Al, Cr, etc.). Ces dernières inclusions sont de beaucoup les plus importantes à considérer, constituant un des facteurs prépondérants de la « qualité » de l'acier.

Jusqu'à présent, tous les caractères micrographiques relatifs à la nature des inclusions ont été établis par l'étude d'inclusions artificielles de composition fixée à l'avance, inclusions exogènes, que l'on incorporait mécanique-

[1] *Loc. cit.*, note [5], p. 1320.

ment à l'acier et dont on ignorait, par suite, les réactions et l'état d'équilibre avec le métal.

Or les inclusions réelles endogènes de l'acier doivent au contraire être considérées comme des *parcelles d'un laitier intérieur* (mélange de composés oxydés ou sulfurés) *en équilibre chimique avec le métal.*

Prenons comme exemple le cas simple d'addition d'un réducteur, tel que le manganèse, à du fer oxydé, c'est-à-dire le système Fe-Mn-O. S'il y a deux phases liquides, métal et laitier (ce dernier étant une solution MnO-FeO) en équilibre chimique à température et pression constantes, les compositions en sont définies par l'une des teneurs en Mn ou en O du métal, ces deux teneurs étant liées entre elles et représentées par une courbe tracée expérimentalement par divers auteurs (Maurer et Bischof, Krings et Schackmann, Körber).

Si les teneurs en Mn et O sont en dessous de celles correspondant à la courbe, le métal liquide demeure sans laitier, ni inclusion; mais si l'on élève l'une des deux teneurs, soit par addition de Mn, soit par oxydation du métal, il arrive un moment où, rencontrant la courbe d'équilibre, *apparaît la phase laitier à l'intérieur du métal*, c'est-à-dire *où prennent naissance des inclusions;* les inclusions qui se précipitent ainsi ont obligatoirement la même composition chimique que celle du laitier en équilibre à cette température avec le métal qui a la même teneur en manganèse.

La connaissance et l'étude du système laitier-métal en équilibre fait donc connaître à la fois les quantités d'addition susceptibles de provoquer des inclusions et la composition des inclusions qui se précipitent.

La considération de ces courbes d'équilibre montre en particulier que plus le fer est oxydé, moins il faut de manganèse pour provoquer des inclusions et plus cette inclusion est riche en FeO et inversement (on a $K \times Mn = MnO/FeO$); en outre, le refroidissement, qui déplace les courbes d'équilibre vers l'origine, fait naître des inclusions, de même que la solidification qui accroît les concentrations de la phase liquide.

Tout ceci s'applique évidemment aux systèmes dans lesquels on remplace Mn par les autres réducteurs, Si, Al, Ti, etc., en notant que les courbes d'équilibre correspondantes sont fortement déplacées vers l'origine et que, par suite, de très petites quantités de ces éléments donnent des inclusions très riches en SiO^2 ou Al^2O^3 si le bain est très oxydé.

La présence simultanée de deux réducteurs, Mn et Si, Si et Al, conduit de même à la considération de surfaces d'équilibre du métal avec des laitiers de silicates de fer et de manganèse ou de silico-aluminates; si l'on

recherche des inclusions fusibles se décantant facilement du bain métallique, il faut que les proportions des éléments d'addition soient telles que *le laitier en équilibre avec les teneurs en* Si, Mn *et* Al *résiduelles du bain* corresponde à la composition fusible désirée.

Lès laitiers des opérations industrielles de la sidérurgie n'arrivent en général à être en équilibre avec le bain métallique qu'au bout de plusieurs heures et les inclusions qui se produisent au sein du métal pendant l'opération ont une composition différente de celle du laitier.

Mais l'étude des vitesses des réactions dans les émulsions mécaniques laitier-métal, étude faite en vue de perfectionner les procédés métallurgiques actuels, a montré que l'équilibre s'établissait alors en des temps de l'ordre de la minute si le laitier était suffisamment fluide; on a donc, dans ce cas, *un procédé d'étude indirecte des inclusions, qui permet d'en définir la composition, les propriétés, la structure et les caractères micrographiques;* procédé d'étude s'étendant d'ailleurs à toutes les métallurgies.

L'étude micrographique directe des inclusions réelles existant dans les aciers industriels, soit en fin d'opération, soit en cours d'élaboration, a confirmé expérimentalement ces conclusions.

Pour ne citer qu'un exemple, cette étude effectuée au cours d'une opération de fabrication d'acier doux basique a montré qu'il y a en effet *concordance entre les modifications du métal et celles des inclusions :* non seulement toute variation de teneur en oxygène et en soufre se traduit par une modification de proportion des sulfures, oxydes et oxy-sulfures existants, mais aussi la variation de teneur en Mn modifie la composition et la forme de ces oxydes et sulfures (notamment leur teneur en Mn); si la carburation du bain diminue les oxydes, par contre l'addition de Si fait apparaître des silicates et l'addition d'aluminium crée des inclusions d'alumine, s'il y a suffisamment d'aluminium dans le métal, ou des silico-aluminates (analogues aux grenats des minéralogistes), s'il y a relativement peu d'aluminium.

On a pu également vérifier que les additions d'éléments spéciaux oxydables modifiaient la nature des inclusions, c'est ainsi que par exemple l'addition de chrome change complètement les caractères des inclusions sulfureuses et fait apparaître des inclusions de chromite, mais cette dernière disparaît, même dans les ferro-chrome à 70 pour 100 Cr, s'il y a seulement 0,5 pour 100 Si, faisant place à des silicates.

MÉTALLURGIE. — *Sur l'emploi de l'air chaud dans la fusion des minerais au water-jacket.* Note de M. **B. Bogitch**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Tandis que l'utilisation de l'air chaud dans la fabrication de la fonte au haut fourneau date déjà de près d'un siècle, l'application de la même méthode au water-jacket est encore à ses débuts. Nombreuses sont les causes qui ont empêché jusqu'ici d'étendre l'emploi du vent chaud. La cause la plus importante est la faible teneur en CO des fumées du water-jacket, qui en contiennent le plus souvent moins de 18 pour 100, contre 25 et plus dans les gaz de haut fourneau. De telles fumées pauvres, après avoir subi un refroidissement en vue de la précipitation des poussières entraînées et de la condensation de la vapeur d'eau en excès, sont difficiles à enflammer. Or, si la chaleur latente des fumées n'est plus récupérable par l'échauffement du vent, l'intérêt de l'emploi de l'air chaud dans les water-jackets disparaît aussi, du moins dans un grand nombre de cas.

Il existe toutefois quelques fabrications effectuées au water-jacket où la chaleur produite par du coke brûlé avec de l'air froid n'est pas suffisante et où le réchauffage de l'air est obligatoire. Ainsi déjà en 1916, j'ai été amené à utiliser l'air chaud dans la préparation du ciment fondu; ultérieurement, d'autres ont fait de même en vue de la distillation du plomb et du zinc dans les résidus d'électrolyse du zinc [1]. Par contre, dans les expériences dont je rendrai compte aujourd'hui, j'ai utilisé le réchauffage de l'air dans la fusion de minerais pour matte depuis longtemps traités avec succès dans les water-jackets à vent froid.

Les water-jackets expérimentés étaient au nombre de deux : l'un d'une section circulaire de $1^{m},5$ de diamètre et de 40 tonnes de capacité de fusion journalière, l'autre de section rectangulaire de $3^{m},40 \times 1^{m},20$ aux tuyères et de 100 tonnes de capacité de fusion.

Les principes que j'ai appliqués dans mes essais se résument ainsi : combustion des fumées chaudes immédiatement au-dessus du gueulard, sans refroidissement ni dépoussiérage; emploi de l'air chaud pour la combustion de ces fumées; prélèvement des fumées à l'intérieur de la masse du

[1] Dans ces fabrications spéciales, les fours consomment des quantités considérables de coke, quelquefois plus 50 pour 100 de matières traitées. Les fumées obtenues sont donc riches en CO et leur combustion ne présente aucune difficulté.

minerai afin que l'introduction du minerai frais ne vienne pas faire varier brusquement la température des fumées; réchauffage de l'air circulant à l'intérieur de tubes de fer calorisés, c'est-à-dire protégés par une couche d'aluminium et d'alumine.

Au cours de ces essais, j'ai fondu plusieurs milliers de tonnes de minerais de nickel, soit à base de silicate de magnésie provenant de Nouvelle-Calédonie, soit composés de silicate d'alumine et de fer, importés de Grèce. Les résultats constatés se présentent comme suit :

Au point de vue de l'appareillage — la disposition verticale des tubes de chauffe permet d'éviter l'accumulation rapide des poussières sur leurs parois; un dispositif électrique d'allumage des gaz est préférable; le revêtement intérieur du creuset doit être en matière très réfractaire et aussi peu attaquable que possible par la scorie très chaude (chromite).

En ce qui concerne la composition du minerai — l'humidité doit être maintenue à 12-13 pour 100 au maximum. Quand celle-ci descend au-dessous de 10 pour 100, il est possible de brûler les fumées contenant à peine 11-13 pour 100 de CO. Quand l'humidité du minerai dépasse 20 pour 100, la combustion régulière des fumées même à 19 pour 100 de CO est difficile à obtenir.

Suivant la nature des fumées brûlées, l'état des tubes, le débit de l'air, etc., la température de l'air chaud oscillait entre 300° et 650° tandis que l'économie de coke variait de 1/10 à 1/5 de la consommation normale avec l'emploi de l'air froid dans le même four et pour le même minerai.

Au point de vue chimique, l'élévation de température du four résultant de l'emploi de l'air chaud se traduisait par l'augmentation de la proportion du fer réduit dans la matte et par une diminution de sa teneur en soufre, ainsi que par l'obtention d'une meilleure scorie quant aux pertes de nickel.

Bref, l'utilisation de l'air chaud dans les water-jackets présente de nombreux avantages là même où il n'est pas indispensable, mais son application dans chaque cas concret exige une mise au point très étudiée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action du dichloro-1.3-propène sur les alcools arylaliphatiques sodés.* Note de M. **P.-Ch. Dorier**, présentée par M. Delépine.

Le dichloro-1.3-propène réagit sur les dérivés sodés des alcools arylaliphatiques conformément à la réaction

$$ArCH^2ONa + ClCH^2CH = CHCl \rightarrow ArCH^2OCH^2CH = CHCl + ClNa.$$

Nous avons pensé que la fixation de deux atomes de brome sur la double liaison nous conduirait aux composés de la forme

$$ArCH^2OCH^2CHBr - CHBrCl,$$

et qu'enfin le traitement de ces derniers par l'éthylate de sodium donnerait l'acétal de l'aldéhyde

$$ArCH^2OCH = CHCHO.$$

L'expérience a montré que le brome réagit sur le dérivé ω chorallylé en produisant de l'acide bromhydrique qui saponifie l'éther oxyde, ce qu confirme les observations de V. Auwers [1] sur la grande facilité avec laquelle les éthers oxydes de la forme $ArCH^2OR$ sont saponifiés. L'action du brome sur ces éthers oxydes conduit à la formation du bromure de benzyle.

D'autre part, nous avons constaté que l'atome de chlore n'est pas labile; c'est ainsi qu'il ne réagit pas sur les alcoolates, pour donner un éther oxyde comme on l'observe dans le cas le ω-chlorallylbenzène qui, il est vrai, ne réagit sur les alcoolates que par suite du déplacement de la double liaison de β en α par rapport au noyau benzénique. Nous avons montré que le ω-chlorallylbenzène ne réagissait pas sur les dérivés sodés des phénols, ces derniers n'ayant pas la propriété de faire migrer la double liaison.

Nous avons fait réagir le dichloro-1.3-propène sur les dérivés sodés des alcools : benzylique, phényléthylique, phénylpropylique, cinnamique.

Le mode opératoire qui nous a donné les meilleurs résultats est le suivant : Dans un ballon relié à un réfrigérant ascendant on introduit 400^{cm^3} de toluène sec et 23^g de sodium que l'on pulvérise selon la technique de Brühl; après refroidissement, on introduit par petites portions 108^g d'alcool benzylique; le benzylate de sodium se présente sous forme d'une belle masse blanche. On chauffe au bain d'huile à 130° et l'on ajoute peu à peu 110^g de dichloro-1.3-propène qui réagit vivement.

On laisse refroidir le contenu du ballon, on y introduit de l'eau pour dissoudre le chlorure de sodium, on reprend à l'éther. La couche éthérée est lavée deux fois à l'eau, puis séchée sur le chlorure de calcium. Enfin après avoir chassé l'éther au bain-marie, on fractionne le résidu sous pression réduite. Le rendement en éther oxyde ω-chlorallylé est de 60 à 70 pour 100 suivant la nature de l'alcool.

---

(1) *Ber. deuts. chem. Ges.*, 64, 1931, p. 535.

Ces éthers-oxydes sont des liquides incolores, à odeur forte; le premier terme possède une odeur prononcée de champignon. Les analyses sont très satisfaisantes :

	Eb 13.	D_4^0.	D_4^{12}.	n_D^{12}.
$C^6H^5CH^2OCH^2CH=CHCl$	123°	1,1205	1,111	1,537
$C^6H^5CH^2CH^2OCH^2CH=CHCl$	135	1,1196	1,1105	1,536
$C^6H^5CH^2CH^2CH^2OCH^2CH=CHCl$	146	1,0736	1,0666	1,526

En résumé, la condensation du dichloro-1.3-propène avec les dérivés sodés des alcools arylaliphatiques donne des éthers oxydes ω-chlorallylés :

$$ArCH^2O-CH^2CH=CHCl.$$

L'atome de chlore de ces éthers oxydes se montre peu labile; néanmoins nous pensons qu'en utilisant d'autres réactifs, l'enlèvement du chlore sera possible.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les oxydes organiques dissociables. Bis-(p-tolyl)-1.1'-diphényl-3.3'-diméthyl-5.5'-rubène : son oxyde dissociable.* Note de MM. **Charles Dufraisse** et **J.-A. Monier** Jr, présentée par M. Delépine.

Parmi les influences susceptibles de s'exercer sur l'oxydabilité réversible des rubènes, il importe de connaître celle des substituants, suivant leur nature et aussi suivant la place qu'ils occupent dans la molécule.

Dans les premiers rubènes décrits, les substitutions n'étaient qu'arylées et n'intéressaient que les sommets 1, 1', 3 et 3', sur la partie pentagonale du chromophore (*fig.* 1). Par la suite (travaux en cours), on a fait des substitutions non arylées sur les mêmes sommets. Le présent travail concerne une substitution méthylée sur la partie hexagonale, c'est-à-dire sur le groupement benzo.

On est parti du bis-(*p*-tolyl)-phényléthynylcarbinol, $[C^{23}H^{20}O]$,

$$(CH^3-C^6H^4)^2\,C(OH)-C\equiv C-C^6H^5,$$

obtenu par condensation du bromure de *p*-tolylmagnésium sur le phénylpropiolate d'éthyle. Ce carbinol se présente en cristaux incolores, fondant à 87-88° et donnant les réactions que nous avons déjà trouvées antérieurement chez ces sortes de substances, comme la transformation en éther-oxyde méthylique, $[C^{24}H^{22}O]$,

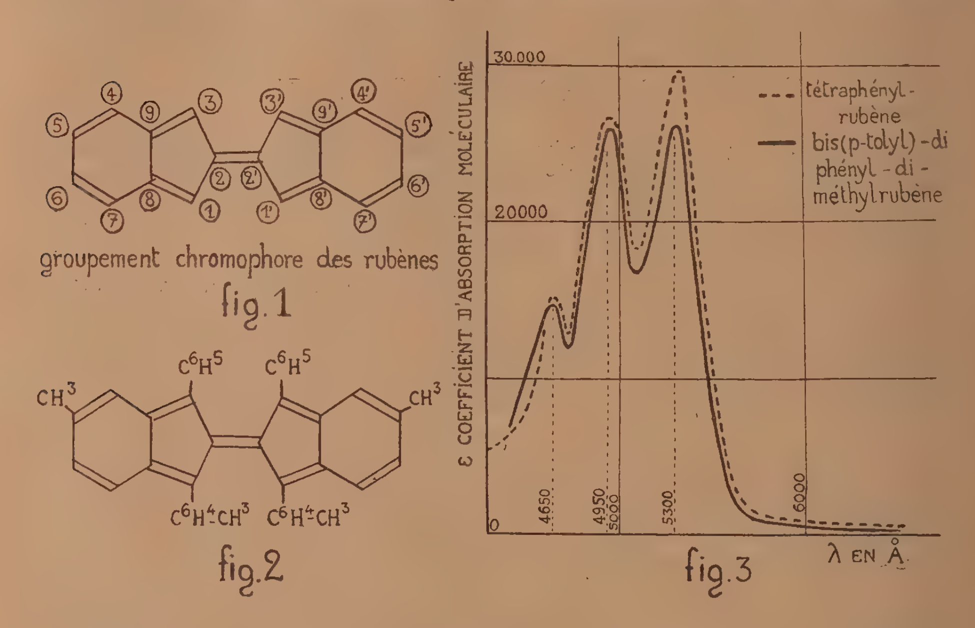
$$(CH^3-C^6H^4)^2\,C(OCH^3)-C\equiv C-C^6H^5,$$

corps incolore fondant à 75-76°, et, en cétone éthylénique, [$C^{23}H^{20}O$],

$$(CH^3-C^6H^4)^2C=CH-CO-C^6H^5,$$

cristaux jaunes fondant à 107-108°.

On n'a pas réussi à isoler l'éther chlorhydrique; mais on l'a obtenu mélangé à des résines, ce qui n'a pas empêché de le transformer en rubène par la voie ordinaire, c'est-à-dire par doublement de la molécule avec élimi-



nation de deux ClH. Le rubène résultant est le bis-(*p*-tolyl)-1.1'-diphényl-3.3'-diméthyl-5.5'-rubène, $C^{46}H^{36}$ (*fig.* 2). Il possède la belle coloration rouge des rubènes arylés, avec cette particularité de pouvoir cristalliser sans ou avec solvant (acétate de butyle, 1/3 de molécule), auquel cas il existe une différence marquée de coloration entre les deux sortes de cristaux, ceux du corps sans solvant étant nettement plus pâles. La solubilité est très grande dans la plupart des solvants organiques usuels, sauf l'alcool et la ligroïne. Le point de fusion instantanée est à 242°, en l'absence de solvant, et à 194° en présence d'acétate de butyle. Le spectre d'absorption présente les bandes habituelles ; la courbe des coefficients moléculaires est celle qui caractérise les corps de la famille (*fig.* 3). Les solutions se décolorent normalement à l'air et à la lumière en donnant un peroxyde cristallisé,

$C^{40}H^{36}O^2$, fondant instantanément vers 210°, et qui présente la particularité rencontrée ici pour la première fois chez les oxydes dissociables des rubènes *d'être exempt de solvant de cristallisation*. Des expériences de dissociation de ce peroxyde ont donné les résultats suivants : dégagements gazeux vers 170°, avec libération d'oxygène aux titres respectifs de 99, de 98,3, de 97,8 et de 97,6 pour 100 et avec des rendements atteignant respectivement 74,8, 74, 66, et 70 pour 100.

La présence de méthyles sur les groupements benzo n'altère donc en rien chez les rubènes l'aptitude à enchaîner réversiblement l'oxygène libre ; au contraire, elle apporte une simplification à la chimie des oxydes dissociables, par la suppression du solvant de cristallisation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les carbinols acétyléniques : le phényl-carbéthoxy-phényl-éthinyl-carbinol* $C^{18}H^{16}O^3$. Note de M. **Maurice Loury**, présentée par M. Delépine.

La préparation des diaryl-aryl-éthinyl-carbinols est généralement effectuée à l'aide des organomagnésiens :

$$\begin{matrix} Ar_1 \\ Ar_2 \end{matrix}\!\!>CO + XMg-C\equiv C-Ar_3 \;\rightarrow\; \begin{matrix} Ar_1 \\ Ar_2 \end{matrix}\!\!>\underset{\displaystyle OMgX}{\underset{|}{C}}-C\equiv C-Ar_3,$$

La méthode est encore applicable dans les cas où l'on remplace, en tout ou en partie, les aryles Ar par des radicaux aliphatiques R, mais elle ne l'est plus si l'on veut introduire un groupement susceptible de réagir sur l'organomagnésien, par exemple, une fonction carboxyle libre CO^2H ou estérifiée CO^2R. Dans le but de préparer des carbinols du type nouveau :

$$\begin{matrix} Ar_1 \\ CO^2R \end{matrix}\!\!>\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}-C\equiv C-Ar_3,$$

deux méthodes évitant les organomagnésiens ont été étudiées. La première consiste à condenser l'acétylénique sur la cétone en présence d'alcali sec. On admet qu'il se forme une combinaison intermédiaire :

$$>CO + KOH \;\rightarrow\; >C\begin{matrix} /OK \\ \backslash OH \end{matrix}$$

qui réagit ensuite sur l'acétylénique :

$$\rangle C\langle^{OK}_{HO} + HC \equiv C - C^6H^5 \rightarrow \rangle C(OH) - C \equiv C - C^6H^5 + KOH.$$

J'ai constaté que cette réaction ne pouvait être utilisée dans le cas particulier envisagé ici. C'est qu'en effet le benzoylformiate d'éthyle est très facilement saponifié par les alcalis et, en présence de potasse solide, la réaction est instantanée. Il se forme un sel stable : le benzoylformiate de potassium anhydre $C^6H^5 - CO - CO^2K$.

La deuxième méthode consiste à condenser la cétone avec le dérivé sodé du phénylacétylène

$$\rangle CO + Na - C \equiv C - C^6H^5 \rightarrow \rangle C(ONa) - C \equiv C - C^6H^5.$$

Après étude de cette réaction, qui est signalée comme devant fournir de médiocres rendements ([1]), le mode opératoire suivant s'est révélé satisfaisant : on maintient en suspension du phénylacétylure de sodium dans l'éther anhydre au moyen d'une vive agitation. On refroidit énergiquement et l'on verse peu à peu une solution diluée de benzoylformiate d'éthyle dans l'éther anhydre, en évitant soigneusement toute élévation de température. On ajoute ensuite un excès d'acide acétique dilué dans l'éther anhydre et l'on reprend par l'eau. Après les traitements habituels, on obtient, à la distillation, une huile jaune clair qui passe à 185-190° sous 2^{mm} et qui se prend en masse. Après purification par cristallisation dans la ligroïne (P. E. 80-100°), le corps se présente sous l'aspect de cristaux blancs octaédriques de P. F. 80-81°. Le rendement est de 50 pour 100 du chiffre théorique.

Le nouveau carbinol manifeste le phénomène du dimorphisme : les cristaux obtenus lors des premières préparations fondaient à 55-56°. Par la suite, leur point de fusion s'est élevé spontanément à 80-81°. Le corps est très soluble dans le benzène, l'éther, l'acétone, le méthylal, le sulfure de carbone et le chloroforme, soluble dans les alcools, les ligroïnes, peu soluble dans l'éther de pétrole. insoluble dans l'eau. Il se dissout à froid dans les lessives alcalines concentrées. A chaud, la potasse alcoolique

([1]) J.-V. Nef, *Annalen der Chem.*, 308, 1899, p. 281.

à 5 pour 100 le décompose en régénérant les constituants : phénylacétylène et benzoylformiate d'éthyle qui est ultérieurement saponifié. Le dosage des H mobiles effectué par la méthode habituelle (1), au moyen des organomagnésiens, indique un atome par molécule. Il n'y a donc pas formation de la dicétone α acétylénique qu'on aurait pu prévoir par une autre condensation (2)

$$C^6H^5-CO-CO\boxed{OC^2H^5 + Na}-C\equiv C-C^6H^5$$
$$\rightarrow C^6H^5-CO-CO-C\equiv C-C^6H^5 + C^2H^5ONa.$$

En outre, l'analyse élémentaire, les diverses propriétés du nouveau corps confirment la constitution admise :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \searrow \\ CO^2C^2H^5 \nearrow \end{matrix} \underset{\displaystyle OH}{C}-C\equiv C-C^6H^5,$$

LITHOLOGIE. — *Étude de la mise en circuit d'échantillons de roche pour la mesure de leur résistance électrique.* Note de Mme **F. Bayard-Duclaux**, transmise par M. Maurain.

Ayant entrepris l'édude de la résistivité électrique des roches, la question des bons contacts m'est apparue d'une importance primordiale et valant la peine de recherches systématiques. A cet effet, j'ai fait une étude détaillée des différentes méthodes permettant de mettre les échantillons de roche en circuit.

La méthode de mesure ayant donné les meilleurs résultats est celle du circuit simple en courant continu avec lecture de l'intensité du courant par un galvanomètre très sensible.

La mise en circuit des échantillons par serrage dans un étau par l'intermédiaire de masses de métal malléable est à rejeter. Cette méthode ne permet pas d'atteindre un isolement suffisant pour des mesures concernant des résistances toujours supérieures à 10^8 ohms et de plus elle n'assure pas une pression constante ni déterminée et par suite une invariabilité dans les conditions de la mesure.

J'ai donc employé un serrage entre deux étriers dont l'un est fixé et l'autre tendu par des masses connues. La pression due au simple effet de pesanteur

(1) Charles Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Société chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1614.
(2) Charles Moureu et R. Delange, *Comptes rendus*, 134, 1902, p. 45.

est alors bien constante et les deux étriers étant sans contact réciproque, l'isolement est aussi bon que possible.

Deux sortes d'échantillons ont été étudiés.

I. Des échantillons ayant la forme de parallélépipèdes rectangles à base carrée de 1^{cm^2} de section et de 2^{cm} de longueur. Les extrémités en sont planes et bien polies.

Les premiers essais sur ces échantillons ont été effectués à faibles pressions (inférieures à 12 kg/cm²) obtenues directement et avec des électrodes variées.

a. Vingt-cinq feuilles d'étain de 4/100ᵉ de millimètre superposées;

b. Une feuille d'amalgame d'étain de 5/10ᵉ de millimètre;

c. Une feuille d'étain de 4/100ᵉ de millimètre sur une feuille de liège de 5^{mm};

d. Une feuille d'étain de 4/100ᵉ de millimètre sur une ou plusieurs feuilles de caoutchouc de 1/10ᵉ de millimètre.

Dans aucun de ces quatre cas, et quelle que soit la pression, je n'ai pu obtenir de résultats comparables. Il semble que le contact soit toujours imparfait et que, dans les mesures, l'influence de la résistance de contact soit prépondérante.

On a eu recours ensuite à des pressions plus fortes, pouvant aller jusqu'à 120 kg/cm².

En employant les électrodes décrites ci-dessus, je n'ai pu, même avec ces grandes pressions, obtenir de résultats satisfaisants. La courbe donnant l'intensité du courant en fonction de la pression semblait bien devoir aboutir à un palier, mais pour des pressions supérieures à celles que pouvait supporter l'appareil.

J'ai alors employé comme électrodes l'assemblage suivant : deux feuilles d'argent battu ou deux feuilles d'or battu, une feuille d'étain de 4/10ᵉ de millimètre, une feuille de caoutchouc de 1/10ᵉ de millimètre.

Dans les deux cas et quelle que soit la roche, la courbe aboutit à un palier. Ce palier correspond à des pressions variables suivant la structure des roches étudiées.

Par exemple, pour un hyalobasalte, le palier débute à 70 kg/cm² ; pour un microgranite, à 50 kg/cm² ; pour une diorite quartzifère, à 10 kg/cm².

L'étude de la pression critique doit donc être faite pour chaque roche. Mais au-dessus de cette pression on obtient des résultats très constants, semblant caractériser la roche elle-même et son état (température-degré d'humidité, etc.).

II. J'ai employé ensuite des morceaux de carottes de soudage dont les

extrémités étaient polies optiquement. J'ai pu ainsi travailler avec des faces polies à moins de une frange près.

Avec de telles extrémités et en employant les mêmes électrodes que précédemment, j'ai obtenu des résultats invariables pour des pressions variant de 0 à 30 kg/cm². Il semble qu'avec de tels polis et des électrodes très malléables (telles que l'argent battu) le contact soit bon du moment qu'il y a contact, et ceci pour les roches à textures très différentes (différents granites, gneiss, schiste, arkose).

En résumé : pour les roches dont les extrémités sont simplement polies, on obtient de bons contacts avec de l'argent battu, sur de l'étain et du caoutchouc, à condition de déterminer pour chacune d'elles une pression minimum d'opération, pression qui doit être assez élevée sans toutefois paraître devoir dépasser 100 kg/cm².

Pour les roches dont la structure permet d'atteindre un poli optique, le serrage sous faible pression (10 kg/cm² par exemple) avec électrodes à feuilles d'argent assure toujours un bon contact.

BOTANIQUE. — *Caractères du terreau des Saules têtards.*

Note de M. **Philippe Hagene**, présentée par M. Marin Molliard.

Les Saules écimés (les Saules têtards) portent très habituellement une végétation (¹) enracinée dans un terreau qui s'accumule dans une cavité produite par la décomposition du tissu ligneux de l'arbre. On a contesté la justesse du terme épiphyte employé pour cette végétation, qui se développerait accidentellement en ce point sans que le terreau ni elle-même présentent (¹) des caractères particuliers.

1° Sur les têtards âgés, à tronc de 1m,50 à 2m, en bordure du ruisseau, au pied d'une pente calcaire (²) (échantillons 1 et 2).

2° Sur les têtards âgés de 1m,50 à 2m, en bordure d'une petite rivière morte, dans une plaine d'alluvions siliceuses (³) (échantillons 4 et 5).

3° Sur les têtards de 7cm et 1m, dans les dépressions marécageuses, entre la chaussée d'une route et la Saône (⁴) (échantillons 6 et 7).

(¹) Étudiée par de nombreux auteurs, en particulier par A. Magnin (*Florule adventive des Saules têtards de la région lyonnaise*, Lyon, 1895).

(²) Dijon, ruisseau de Larrey.

(³) Saint-Jean-de-Losne, la vieille Biettre.

(⁴) Saint-Jean-de-Losne.

Tout ces échantillons sont constitués par une sorte de terreau, avec de nombreux débris ligneux encore très reconnaissables, provenant du saule. En place, ce terreau est recouvert à sa partie supérieure par une couche plus ou moins épaisse de feuilles de Saule, en voie de décomposition, et il est parcouru par un réseau fin de racines, parfois assez serré pour lui donner un caractère fibreux. Sa teinte varie du brun jaune au noir presque pur.

La portion fine (particules de 2^{mm} de diamètre ou moins), séparée par tamisage après dessiccation, constitue de 37 à 65 pour 100 de la masse pour les échantillons 1, 2 et 3 d'une part et 6 et 7 d'autre part; 77 et 66,8 pour 100, pour les échantillons 4 et 5.

Le reste consiste en racines, débris ligneux et débris de feuilles et, pour certains échantillons, renferme des débris de coquilles de gastéropodes terrestres et aquatiques (échantillons 3, 4, 5, 6) et même des ossements de petits rongeurs (4, 5). Tous renferment des cocons ou des coques nymphales.

L'étude de la portion fine met en évidence les caractères suivants :

1° La perte par calcination, c'est-à-dire, ici, la proportion de matières organiques est très élevée :

Échantillon n° **1**, 94,2 pour 100; n° **2**, 82,25; n° **3**, 80,49; n° **4**, 71,38; n° **5**; 87,45; n° **6**, 47,3; n° **7**, 44,4.

Comme comparaison, les sols les plus riches en matières organiques que nous avons rencontrés dans la région (sortes de rendzines contenues dans les fentes des rochers ou entre les blocs des éboulis) renfermaient 39,0 et 43,3 pour 100 de matières organiques. Seuls, les deux derniers échantillons ci-dessus se rapprochent de ces chiffres.

2° L'échantillon n° 6 renferme du carbonate de calcium à l'état de traces, provenant sans doute des débris fins de coquilles de gastéropodes; les autres échantillons en sont dépourvus.

3° Malgré cette absence de calcaire, la réaction moyenne des échantillons n'est que faiblement acide; pH = 6,6. Le pH oscille entre 5,5 et 7,4. Il dépasse 7,4 deux fois. Dans l'un de ces deux derniers échantillons (n° 6), il se pourrait que le saule ait reçu un apport de limon d'inondation. Pour les autres c'est peut-être le calcaire des coquilles qui neutralise ou qui tempère l'acidité.

4° Dans l'appareil de Soxhlet, l'eau dissout : pour l'échantillon n° 2, 6,5 pour 100 de la portion fine; pour l'échantillon n° 4, 8,48 pour 100;

pour l'échantillon n° 5, 6,77 pour 100. Les extraits ont donné respectivement 1,63-2,67-1,43 de cendres pour 100 de la portion fine.

5° L'ensemble de ces caractères confère aux échantillons une hygroscopicité élevée. Après séchage à l'air, ils renfermaient de 12,5 à 14,5 pour 100 d'humidité, sauf pour les échantillons nos 6 et 7 dont la teneur plus faible s'explique par la plus grande proportion de matières minérales.

6° Évalué par le procédé de Mitscherlich, le coefficient d'hygroscopicité (34 à 39 pour 100) est nettement supérieur, pour les échantillons 1 à 5, à celui des sols étudiés dans la région, pour lesquels nous avons trouvé un coefficient maximum de 24,5. Ici encore, les échantillons nos 6 et 7 se distinguent des autres, leur coefficient étant 24,8 et 20,3.

7° Calculé d'après la formule de Briggs et Shantz, le coefficient de fanaison dépasse largement pour les cinq premiers échantillons les coefficients maximum trouvés pour les sols de la région (35,3), il varie en effet entre 41,1 et 46,8. Les deux derniers échantillons ont un coefficient de fanaison plus faible 29,8 et 24,4.

Le substratum, dans lequel s'enracinent les espèces végétales trouvées sur les Saules têtards, présente donc en général des caractères qui le distinguent nettement des sols naturels de la région, ces caractères découlant de son origine à peu près exclusivement végétale dans la plupart des cas; il y a donc une écologie particulière pour la végétation qui s'y développe, et il paraît légitime de conserver pour celle-ci le terme d' « épiphyte ». A cela d'ailleurs ne se bornent pas les caractères particuliers de l'écologie de cette végétation.

CHIMIE AGRICOLE. — *La détermination des cendres des jus de betteraves par la mesure des conductibilités électriques.* Note de MM. **Em. Saillard** et **R. Saunier**, présentée par M. P. Viala.

Nos premiers essais ont été faits sur des cossettes de betteraves sucrières sèches contenant environ 70 pour 100 de sucre et qui ont été pulvérisées, au préalable, au moyen d'un moulin spécial. 100g ont été mis à macérer dans de l'eau distillée à 80° pendant trois quarts d'heure sous constante agitation. Après refroidissement, les jus sucrés ont été séparés par filtration sur du coton de verre (jus A) et l'on en a déterminé la teneur en sucre pour 100cm³ et la teneur en cendres (cendres sulfatées $\times$ 0,9) pour 100cm³ comme on le fait pour les besoins de l'industrie sucrière.

Le jus filtré (A) a été amené à des dilutions différentes en partant respectivement de 75^{cm^3}, 50^{cm^3}, 20^{cm^3}, 10^{cm^3} de jus (A) qu'on a amenés à 100^{cm^3} avec de l'eau distillée. La teneur en sucre et la teneur en cendres sulfatées des jus dilués ont été établies par le calcul en partant des cendres et du sucre du jus (A). Les résistances et les conductibilités spécifiques de l'eau distillée employée et des jus ont été déterminées par la méthode du pont de Wheatstone.

Notre appareil comprend : une pile; une bobine de Ruhmkorff (qui transforme le courant de la pile en courant alternatif); un pont de Wheatstone. Celui-ci est disposé suivant un triangle, dont l'un des côtés est occupé par une boîte de résistances étalonnées (de 1 à 10000 ohms), le deuxième côté, par la cuve contenant le jus sucré ou l'eau distillée à étudier, et le troisième côté, par un fil de platine tendu sur une règle graduée en millimètres, de 0 à 1^m.

Le sommet du triangle est relié au fil de platine par un fil traversant un téléphone et se terminant par un curseur qu'on peut déplacer sur le fil de platine et la règle graduée.

Supposons le bruit minimum obtenu. Soient : a la distance du point O de la règle graduée, au curseur; b la distance du curseur au point 100 de la règle graduée; R la résistance en ohms, empruntée à la boîte étalonnée; X la résistance cherchée. On a

$$\frac{a}{R} = \frac{b}{X}, \quad \text{d'où} \quad X = \frac{Rb}{a}.$$

Pour établir la conductibilité spécifique, il faut connaître la capacité K de la cuve contenant le jus à étudier.

Nous nous servons pour l'établir d'une solution de chlorure de potassium à conductibilité spécifique connue α.

Dans ce cas encore, si l'on désigne par r la résistance de la cuve contenant la solution de chlorure de potassium, on a

$$r = \frac{Rb}{a};$$

mais

$$\frac{1}{r} \times K = \alpha, \quad \text{d'où} \quad K = \alpha \times \frac{Rb}{a}.$$

Compte tenu de la conductibilité de l'eau distillée qui nous a servi, la capacité (K) de notre cuve a été trouvée égale à 0,1827.

Voici maintenant quelques résultats que nous avons obtenus :

Jus étudié.	Sucre pour 100cm³.	Cendres sulfatées pour 100cm³.	Résistances électriques en ohms.	Conductibilité spécifique $cp \times 10^{-6}$.
Jus A	10,6	0,255	101	1771
75cm³ de jus A amenés à 100cm³	7,95	0,191	125	1414
50cm³ »	5,3	0,127	168	1064
25cm³ »	2,65	0,064	300	600
15cm³ »	1,59	0,038	465	386
10cm³ »	1,06	0,0255	665	270
5cm³ »	0,53	0,0127	1230	144

Ces résultats se rapportent à des jus de betteraves séchées. Ils peuvent être portés sur un graphique, les teneurs en cendres venant sur l'axe des abscisses et les résistances en ohms sur l'axe des ordonnées.

On obtient ainsi une courbe pour laquelle, à partir du jus (A), la résistance augmente et tend vers l'asymptote, à mesure que les teneurs en sels diminuent.

La conclusion à tirer de ces essais est que pour comparer les teneurs en cendres des jus de betteraves on peut partir de jus sucrés dilués de même teneur en sucre. Les jus accusant les plus faibles conductibilités spécifiques contiennent les plus faibles proportions de cendres. Il sera toujours facile, en faisant un certain nombre de dosages de cendres par incinération, de voir quelles teneurs en cendres correspondent aux conductibilités spécifiques trouvées.

La détermination des cendres ainsi faite prend beaucoup moins de temps que la détermination des cendres par incinération.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de l'oxygène sur les glucides évolués à l'abri de l'air.* Note (¹) de Mme **Nelicia Mayer-Reich**, présentée par M. A. Desgrez.

Il a été montré par les travaux de Wurmser et de ses collaborateurs que, dans les solutions de glucides, qui évoluent à l'abri de l'air, il se forme spontanément en solution alcaline et, plus lentement, en solution neutre, des corps électroactifs caractérisés par un potentiel limite bien défini (²).

(¹) Séance du 24 avril 1933.

(²) R. Wurmser et J. Geloso, *Journ. Chimie phys.*, 25, 1928, p. 641; 26, 1929, p. 447; N. Mayer, *Ibid.*, 26, 1929, p. 565.

Ces systèmes électroactifs sont intéressants au point de vue physiologique parce qu'ils sont issus de substances jouant dans le métabolisme cellulaire un rôle essentiel et parce que leur formation *in vitro*, en milieu neutre, rend à peu près certaine leur existence dans les cellules. Or, dans les organismes, à côté d'oxydo-réductions proprement dites, s'effectuent aussi des oxydations aux dépens de l'oxygène moléculaire. On a été ainsi amené à étudier la réactivité vis-à-vis de l'oxygène de solutions de glucides (glucose, xylose, fructose) évolués à l'abri de l'air.

Les préparations qui ont servi à ces expériences sont obtenues en maintenant à 100° pendant 30 minutes une solution de glucide à 30 pour 100 dans de l'hydroxyde de sodium *n*/10, à l'abri de l'air. La solution est diluée dix fois dans des solutions tampons de phosphates moléculaires, de pH variables. 2$^{cm^3}$ des nouvelles solutions sont introduits dans des récipients de 14 à 15$^{cm^3}$ reliés à des manomètres de Barcroft-Warburg. Le liquide manométrique est constitué par le mélange de Brodie (NaCl + taurocholate de Na et quelques gouttes de thymol alcoolique). La température du thermostat était de 40° et l'agitation des récipients manométriques de 120-130 oscillations par minute. Des expériences préliminaires dans lesquelles la phase gazeuse est constituée par de l'oxygène pur ou par de l'air, il résulte que la vitesse d'oxydation est très sensiblement la même dans les deux cas.

La vitesse de fixation de l'oxygène varie avec le pH comme le montrent les valeurs suivantes de l'oxygène en millimètres cubes, par heure, fixé par 2$^{cm^3}$ de glucose évolué :

pH	5,2.	6.	6,9.	7,8.	8,9.
O^2	22 16	48 57 50	76 76 79	120 118	140

L'analyse des gaz montre qu'il y a pendant la fixation d'oxygène formation de gaz carbonique.

Le rapport CO^2/O^2 à différents pH est d'environ 0,3 comme le montrent les chiffres suivants :

pH	6.	7.	7,9.
CO^2/O^2	0,279	0,254	0,312

Les glucides réducteurs, après avoir donné naissance au système électroactif, fixent donc l'oxygène moléculaire. Les glucides non évolués, sauf le fructose, ne réagissent pas et le fructose lui-même présente une autoxydation beaucoup plus grande après évolution.

S'il est certain que l'hydrogène des glucides doit être *mobilisé* avant de réagir, il se pourrait que des traces de métaux lourds, existant dans les pré-

parations catalysent la réaction en rendant l'oxygène lui-même plus mobile vis-à-vis de l'hydrogène. Le test de cette catalyse est l'inhibition par les substances donnant des complexes avec les métaux lourds, notamment le cyanure de potassium à pH 8-9 et le pyrophosphate en solution plus acide.

Une série d'expériences montre l'effet de ces deux sels :

MILLIMÈTRES CUBES D'OXYGÈNE FIXÉS EN 1 HEURE PAR 2^{cm^3} DE GLUCOSE ÉVOLUÉ 3 %.

CNK.

pH.	0.	M/250.	M/100.	M/50.	M/10.
7,8..........	110	110	96	88	76
8,9..........	140	120	108	100	94

Pyrophosphate de potassium.

pH.	0.	M/250.	M/100.	M/50.	M/10.
6,9..........	83	31	21	21	–
7,7..........	118	64	61	–	30

L'interprétation de l'influence du cyanure et du pyrophosphate suggère l'existence de deux mécanismes, dont un indispensable porte sur l'hydrogène en le mobilisant. Le deuxième, l'action sur l'oxygène, intervient en réaction acide où la fixation de l'oxygène est relativement lente. En réaction plus alcaline où la fixation est rapide, la catalyse portant sur l'oxygène est faible ou négligeable.

On voit que dans les conditions physiologiques, c'est-à-dire au voisinage de la neutralité, les deux mécanismes interviennent, ce qui est conforme à ce que l'on sait des oxydations cellulaires.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur la lyse transmissible du vibrion cholérique.* Note de MM. **P. Noël Bernard** et **J. Guillerm**, présentée par M. Calmette.

Les recherches poursuivies sur la nature du principe actif dans la lyse microbienne transmissible ont accumulé un très grand nombre de faits qui opposent à la conception du bactériophage de d'Hérelle, être vivant parasite des bactéries, celle d'une action diastasique produite par les microbes ou par des substances dérivées de leurs cultures (Kabeshima, J. Bordet et Ciuca, A. Gratia, R. Legroux).

En appliquant aux cultures de vibrions cholériques lysés par un bactériophage certaines techniques d'extraction des diastases, nous avons

obtenu une poudre amorphe qui renferme une substance susceptible de provoquer la lyse transmissible. Mais toutes les expériences de cet ordre suscitent la même objection : l'existence d'un seul corpuscule de d'Hérelle, être vivant, entraîné dans les précipités, au cours de la manipulation, suffit à expliquer la lyse sans l'intervention d'une diastase.

Cette objection disparaît si l'on obtient la même poudre lytique en partant d'une culture pure.

Des cultures en bouillon de vibrions cholériques, ne contenant aucun principe lytique et âgées de 24 à 48 heures, sont traitées par la méthode de Willstätter avec le gel d'orthohydroxyde d'aluminium $\alpha Al(OH)^3$, préparé selon la technique de Kraut. Nous obtenons ainsi, d'une part le bouillon de culture épuisé par l'adsorption et, d'autre part, les liquides de lavage du gel (élution) dans l'eau distillée (pH = 7). Ces deux liquides sont repris séparément, concentrés, additionnés d'une solution saturée de sulfate d'ammonium et centrifugés. Les précipités obtenus dans les deux cas, desséchés, donnent des poudres très rapidement altérables. Il faut les diluer dans du bouillon au pH = 7 et les utiliser immédiatement. Le succès de la manipulation dépend d'un certain nombre de précautions dont il n'est pas possible de donner le détail dans cette Note.

Les solutions colloïdales ainsi obtenues présentent, vis-à-vis des cultures jeunes du vibrion cholérique identiques à celles dont elles ont été extraites, un pouvoir lytique transmissible. Celui-ci est très faible au premier passage. Dès qu'un éclaircissement, à peine sensible, apparaît dans les tubes en expérience, il faut les filtrer sur bougies L_2. De même que pour le bactériophage, le pouvoir lytique s'exalte par passages successifs.

La détermination du pH, effectuée de 30 en 30 minutes au cours d'une lyse obtenue avec un bactériophage actif, nous a montré qu'il existe un pH optimum de la lyse.

Pour observer dans un temps très court diverses phases du développement de deux cultures, l'une pure, la seconde additionnée de bactériophage au moment de l'ensemencement du vibrion cholérique, nous diluons une culture pure de ce germe (sur gélose, âgée de 12 à 15 heures) dans 25^{cm^3} de bouillon. Douze tubes contenant la même quantité de ce bouillon (pH = 7,3) sont ensemencés avec 1^{cm^3} de cette dilution. Dans six d'entre eux, on ajoute une goutte d'un bactériophage actif. Tandis que, dans la culture pure le pH baisse régulièrement, en 6 heures, de pH = 7,3 à pH = 6,2, au-dessous duquel il ne descendra plus, dans la culture qui a reçu le bactériophage, cette baisse marque un temps d'arrêt

entre pH = 7,2 et pH = 7, pendant lequel la lyse devient totale. Le milieu se stabilise à ce pH si la lyse est définitive. Si elle n'est pas amorcée dans la phase favorable du pH, elle ne se manifestera pas dans le milieu qui s'acidifie rapidement jusqu'à pH = 6,2.

L'enchaînement des phénomènes observés est le même avec notre substance lytique isolée des cultures pures indemnes de bactériophage.

Cette substance se trouve aussi bien dans le bouillon de culture épuisé par le gel d'alumine que dans l'eau de lavage du gel. La richesse beaucoup plus considérable du bouillon en produit lytique permet de penser que le gel d'alumine n'adsorbe pas cette substance qui reste dans le bouillon surnageant et dont une faible fraction seulement est entraînée mécaniquement et libérée par l'élution. On sait que l'adsorption par le gel d'alumine des enzymes protéolytiques du pancréas aboutit à localiser dans la solution mère une trypsine purifiée, débarrassée des autres enzymes qui restent dans le gel. Sur une culture de vibrions cholériques, le même gel paraît agir de façon analogue en adsorbant des impuretés qui empêchent les propriétés de la substance lytique contenue dans le bouillon de se manifester.

Avec trois souches pures de vibrions cholériques d'origine indochinoise, nous avons obtenu cette substance active sur des vibrions de même origine, inactive sur des cultures de bacilles dysentériques, de staphylocoques, de bactéridie charbonneuse.

Les cultures en bouillon qu'elle a parfaitement lysées donnent, par passage sur gelose, les plages caractéristiques du bactériophage.

En résumé, il est possible d'extraire de cultures de vibrions cholériques purs, par des méthodes connues d'extraction des diastases, une *substance lytique*, spécifique, qui a un pH optimum d'action, et qui reproduit exactement le phénoméne de la bactériophagie.

PHYSIOLOGIE. — *Les teneurs en phosphore total du sang et des muscles et l'élimination de cet élément par la voie rénale au cours du scorbut aigu et du scorbut chronique.* Note de Mlle **A. Michaux**, présentée par M. E. Leclainche.

Nous avons déjà constaté que les humeurs et les muscles striés des cobayes recevant un régime dépourvu complètement de vitamine antiscorbutique

présentent des troubles importants au point de vue de leurs teneurs en chlore (1), en sodium et en potassium (2).

Les teneurs en phosphore total de ces différents milieux sont-elles aussi modifiées au cours du scorbut aigu et du scorbut chronique ?

Euler et K. Myrbäck (3) signalent une diminution des phosphates totaux et minéraux du sang de Cobayes scorbutiques. D'après T. Nagayama et T. Munahisa (4), le phosphore urinaire augmente d'abord puis diminue ; le phosphore du sérum ne varie pas. Pour Euler et M. Rydbom (5), le rapport Ca/PO4 s'abaisse dans le sérum des Cobayes carencés.

Nous avons réparti les Cobayes en 6 lots. Dans le premier lot, les Cobayes ont reçu le régime naturel. Dans les deuxième et troisième lots, les Cobayes ont reçu le régime scorbutigène de Mme L. Randoin (6) complété quotidiennement, soit par 2^{cm^3} de jus de citron, soit par 2 à 3^{cm^3} de jus de citron décitraté. Dans le quatrième lot, les Cobayes n'ont reçu que de l'eau distillée. Dans les cinquième et sixième lots, les Cobayes ont reçu le régime scorbutigène seul ou additionné de $0^{cm^3},5$ à $0^{cm^3},75$ de jus de citron décitraté.

Les dosages de phosphore total ont été effectués, soit selon la microméthode très sensible de M. Javillier et D. Djelatidès (7), soit par le procédé de Copaux appliqué à l'analyse biologique par Mme H. Hinglais (8).

Résultats. — 1° Chez les Cobayes normaux (lots 1, 2, 3), les quantités moyennes de phosphore total urinaire éliminées en vingt-quatre heures sont respectivement égales à $0^g,0257$, $0^g,0182$ et $0^g,0261$. Elles diminuent beaucoup au cours du scorbut aigu ou chronique, où les moyennes sont sensiblement égales ($0^g,0078$ et $0^g,0079$).

2° Les taux moyens du phosphore du sang total des Cobayes soumis aux régimes complets sont égaux à $0^g,349$, $0^g,388$ et $0^g,418$. *Que le scorbut soit aigu ou chronique, la teneur en phosphore total du sang s'élève notablement, les moyennes étant respectivement de* $0^g,491$ *et* $0^g,470$.

---

(1) Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1378, et **192**, 1931, p. 108.

(2) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 565 et 647 ; Mlle A. Michaux, *Bull. Soc. Chim. biol.*, **14**, 1932, p. 649.

(3) *Z. Physiol. Chem.*, **148**, 1925, p. 180.

(4) *J. Biochem.* (Japan), **11**, 1929, p. 191.

(5) *Biochem. Z.*, **249**, 1932, p. 141.

(6) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **5**, 1923, p. 806.

(7) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **10**, 1928, p. 342.

(8) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **9**, 1927, p. 540.

3° Les muscles des Cobayes normaux renferment respectivement 2g,465, 2g,535 et 2g,388 de phosphore total pour 1000g de tissu frais. Cette teneur baisse au cours du scorbut chronique où la moyenne est de 1g,771, alors qu'elle reste normale chez les animaux atteints de scorbut aigu, 2g,550. Calculés pour 1000g de tissu sec, les chiffres obtenus dans tous les groupes fournissent des moyennes oscillant entre 10 et 11g.

Cobayes soumis au régime naturel.

P. pour 1000cm³ d'urine.	Élimination en 24 heures.	P. pour 1000cm³ de sang.	Eau pour 1000g de muscles.	P. pour 1000g muscles frais.	P. pour 1000g muscles secs.
g	g	g	g	g	g
1,204	0,0302	0,357	772,96	2,550	11,231
0,023	0,0021	0,328	782,28	2,455	11,252
0,544	0,0575	0,371	776,25	2,431	10,860
0,252	0,0131	0,339	774,55	2,424	10,734
a. Régime scorbutigène + 2cm³ de jus de citron (144 jours).					
0,710	0,0182	0,418	765,48	2,535	10,787
b. Régime scorbutigène + 2 à 3cm³ de jus de citron décitraté (88 à 161 jours).					
0,704	0,0296	0,339	–	–	–
0,677	0,0263	–	776,93	2,350	10,534
1,258	0,0390	0,382	768,30	2,263	9,754
0,441	0,0169	0,336	773,17	2,258	9,963
0,595	0,0186	0,409	775,68	2,682	11,947
Cobayes soumis à l'inanition hydrique totale (6, 10 et 11 jours).					
–	–	–	795,17	2,083	10,154
–	–	–	774,73	2,096	9,322
–	–	–	782,36	2,402	11,027
a. Cobayes soumis au régime scorbutigène.					
1,084	0,0067	0,553	771,06	2,627	11,487
–	–	–	–	2,431	–
2,300	0,0090	0,450	789,88	2,530	12,040

b. Cobayes soumis au régime scorbutigène + 0^{cm^3},50 à 0^{cm^3},75 de jus de citron décitraté.

P. pour 1000 $^{cm^3}$ d'urine.	Élimination en 24 heures.	P. pour 1000 $^{cm^3}$ de sang.	Eau pour 1000^g de muscles.	P. pour 1000^g muscles frais.	P. pour 1000^g muscles secs.
g	g	g	g	g	g
0,900	0,0209	0,332	856,52	1,726	12,057
–	–	0,351	–	–	–
0,626	0,0069	0,364	870,72	1,346	10,442
–	–	–	812,06	2,141	11,387
1,206	0,0108	0,397	–	–	–
–	–	–	804,55	2,095	10,693
1,385	0,0234	0,434	851,64	1,983	13,346
0,860	0,0069	0,426	793,21	2,058	9,962
0,326	0,0034	0,442	858,91	1,801	12,757
–	–	–	879,33	1,217	10,110
0,628	0,0146	0,479	802,64	1,739	8,816
0,853	0,0064	0,464	–	–	–
0,376	0,0022	0,464	818,10	2,172	11,929
–	–	–	834,22	1,555	9,350
0,355	0,0010	0,479	–	–	–
–	–	–	842,46	1,321	8,379
0,395	0,0051	0,575	802,17	2,096	10,564

A $16^h 5^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 15^m$.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 10 avril 1933.)

Note de M. *G.-A. Boutry*, Un densitomètre de précision à cellule photoélectrique :

Page 1102, ligne 13, *au lieu de* Densités comprises entre 3,75 et 0, *lire* Densités comprises entre 3,75 et 5.